اقتصاد منابع طبیعی

دکتر سید حسین سجادی‌فر

منابع

- ✓ اقتصاد محیط زیست و منابع طبیعی (راجر پرمن)

- ✓ اقتصاد منابع طبیعی و محیط زیست(علی سوری – محسن ابراهیمی)

- ✓ اقتصاد منابع طبیعی،محیط زیست و سیاستگذاری‌ها (ای.کولا–سیاوش دهقانیان)

فصل اول

آشنایی با منابع طبیعی

تعریف منابع طبیعی:منابع طبیعیه مواد و موجودات زنده ای اطلاق می‌گردد که به طور طبیعی بوجود آمده و انسان در پیدایش آن تأثیری ندارد.

تعریف منبع: کلیه عوامل و امکانات که در تولید کالاها و یا ارائه خدمات نقش دارند.

انواع منابع:

1- منابع طبیعی

2- سرمایه انسانی(نیروی کار)

3- منابع سرمایه ای

انواع منابع طبیعی:

- تجدید پذیر: احیا شونده
- تجدید ناپذیر

منابع تجدیدپذیر(flow):منابعی که در یک واحد زمانی(دوره زمانی) قابلیت جایگزینی دارد. مانند مراتع، ماهی، جنگل، آب

منابع طبیعی تجدیدناپذیر(stock) : مهم ترین ویژگی آنها آن است که نرخ رشد آنها در طول زمان صفر است. منابع سنگ، سایر معادن، نفت و.. به این منابع stock(موجودی) می گویند.تکنولوژی در بهره وری از این منابع عامل تعیین کننده می باشد.این منابع خاصیت خود را در طول زمان از دست نمی دهند.این منابع دارای حد بحرانی بهره برداری می باشند.

دامنه استفاده از منابع طبیعی:

1- قابل استخراج: برای استفاده نیازمند برداشت و تغییر شکل است. مانند: زغال سنگ، نفت

2- غیر قابل استخراج: برای استفاده نیازمند برداشت و تغییر شکل نمی باشد. مثل استفاده از آب رودخانه برای قایق سواری

محدودیت های استفاده از منابع طبیعی:

1) درجه نیاز
2) توان اقتصادی
3) شرایط تکنولوژیکی
4) محدودیت های اطلاعاتی
5) شرایط قانونی

ویژگی های منابع طبیعی

		منع پذیر	منع ناپذیر
کالاها	رقابت پذیر	کالاهای خصوصی Private goods	دسترسی آزاد به پارک
	رقابت ناپذیر	تلوزیونکارتی–اینترنت–رادیو– کالاهای عمومی نوع دوم	کالاهای عمومی محض امنیت–نورخورشید–هوا– تلوزیون رایگان Pure goods

رقابت ناپذیر(non rival):مصرف یک شخص مانع مصرف فرد دیگر نمی شود.

منع ناپذیر(non excludable):اگر فردی نخواهد پول دهد واز آن(کالایا فضا) استفاده کند نمی توان مانع شد.

ارزش منابع طبیعی:

- ارزش مصرفی: کالاهای خصوصی قابلیت بازاری شدن دارند. فروش چوب جنگل
- ارزش غیر مصرفی: کالاهای عمومی قابلیت بازاری شدن ندارند. در اصطلاح به آنان «شکست بازار» می گویند. Market failureاستفاده از جنگل برای تمیز نگه داشتن هوا

دلایل شکست بازار برای منابع طبیعی:

1) منابع طبیعی کالاهای عمومی هستند.
2) دارای اثرات برون ریز هستند. Externality،یعنی تولید یا مصرف شخصی بر دیگری تأثیردارد.
3) مالکیت عمومی : منابع طبیعی به شخص خاصی تعلق ندارد.
4) عدم حتمیت در مورد وجود منابع طبیعی در آینده

انواع مالکیت منابع طبیعی:

1. مالکیت دولتی
2. مالکیت عمومیبا مشترک (افراد یا گروهی خاص مالک)
3. مالکیت خصوصی
4. مالکیت باز: همه افراد با شرایط ویژه حق بهره برداری از منبع را دارند. مثل صید ماهی با مجوز صید

دیدگاه های اقتصاد دانان در مورد منابع طبیعی:

1) دیدگاه اول:

محدودیت منابع طبیعی- محدودیت رشد اقتصادی-عدم پایداری رشد

مالتوس: مالتوس می گوید جمعیت به صورت تصاعد هندسی رشد می کند و منابع طبیعی با تصاعد حسابی رشد می کنند.

لونیس: سرمایه های غیرطبیعی جایگزین کامل برای منابع طبیعی نمی باشد.

2) دیدگاه دوم :

استوارت میل: پیشرفت تکنولوژی در صرفه جویی منابع طبیعی و قابلیت جایگزینی سایر عوامل تولید با منابع طبیعی بیان می کند که منابع طبیعی در جریان رشد اقتصادی نمی توان مشکل ایجاد کند.

استیگلیتز: معتقد است چون کلیه ی شرایط زیر با هم وجود ندارند، بنابراین محدودیت منابع طبیعی در جریان رشد اقتصادی نمی تواند مشکلی ایجاد کند.

- عرضه منبع محدود باشد.
- منبع برای تولید ضروری باشد.

- منبع اتمام پذیر و بازیافت نشدنی باشد.
- امکان پیشرفت تکنولوژی برای بهبود و کارایی مصرف منبع به سادگی میسر نباشد.

3)دیدگاه سوم:

Herman Daly, Askew,Rogen : منابع طبیعی ویژگی جایگزینی کامل ندارند ودر صورت بهره برداری نامناسب از آنها به حد بحرانی خواهیم رسید. استفاده از سیاست هایی مثل یارانه، مالیات کنترل مستقیم و ایجاد نظام مالکیتی مناسب ضروری است.

توسعه پایدار: هارت ویک، سولو : این دو معتقدند پایداری بدین مفهوم است که وضعیت نسل های آینده نباید بدتر از وضعیت حال حاضر باشد.

هارت ویک: مطلوبیت مصرف کنندگان ناشی از مصرف منابع طبیعی طی زمان کاهش نیابد.

سولو: سرمایه های طبیعی طی زمان کاهش پیدا نکند.

بیولوژیست ها: منابع به گونه ای حفاظت شود که تولید یا عرضه مداوم منابع اماکن پذیر باشد.

اکولوژیست ها: علاوه بر تولید مداوم یا حفظ یک گونه و منبع خاص کل اکوسیستم حفظ شده و بقا داشته باشد.

نگاهی دیگر به تعریف منابع طبیعی :

منابع طبیعی را می توان مترادف عوامل تولید در نظر گرفت. عوامل تولید نهاده هایی هستند که برای تولید کالا و خدمات مورد استفاده قرار می گیرند.

تعریف عوامل تولید: تابع تولید ارتباط ریاضی بین مقدار عوامل تولید و سطح حداکثر تولید را نشان می دهد.

$$Y = f(L, K, E, D)$$

L=نیروی کار

K=سرمایه

E=انرژی

D=سایر منابع طبیعی

هزینه های خصوصی و اجتماعی تولید:

هزینه فرصت منافعی هستند که می توانستیم با به کارگیرییک منبع در سایر تولیدات بدست آوریم.

در تمامی حالاتی که استفاده کننده به طور مستقیم متحمل چنین هزینه ی فرصتی می شود این هزینه را هزینه ی خصوصی می نامیم.

اگر کل و یا بخشی از این هزینه توسط استفاده کننده پرداخت نشود. بلکه شخص و یا اشخاص دیگری متحمل آن شوند. بنابراین هزینه ی کامل استفاده از منابع طبیعی (هزینه ی اجتماعی) برابر است با مجموع تمام هزینه های خصوصی و عمومی (خارجی) مربوط به استفاده از منابع طبیعی

فصل دوم :

علم اخلاق- تنزیل آتی ومحیط زیست

فلسفه های اخلاق طبیعی

1–اخلاق انسان گرایی: اصالت انسان (Humanist Philosophy) :حقوق و تکالیف تنها به جوهر و شخصیت وجودی انسان ها چه به صورت فردی و یا اجتماعی مربوط می شود. هر چند ممکن است انسان ها مایل به رعایت و ملاحظه سایر موجودات و گونه های حیاتی باشند ولی سایر موجودات غیر از انسان هیچ حقوق یا مسئولیتی ندارند.

2–اخلاق طبیعیا طبیعت گرایی (Naturalis moral philosophy) تنها چیزی‌حق است که گرایش به زیبایی کامل و پایداری حیات اجتماعی داشته باشد. (اخلاق اکولوژی ژرف)

ریچارد واتسون: اخلاق برای انسان و حیواناتی که دارای کنش و واکنش متقابل هستند. وقتی کسی بتواند به طور آگاهانه بر رفتار دیگران اثر بگذارد.

وارنوک: اخلاق برای انسان و تمام موجودات که دارای ادراک، تواناییا ظرفیت احساس درد یا لذت را دارند.

لئوپولد: اخلاق برای تمام موجودات زنده وغیر زنده باید رعایت شود.

3– مکتب اصالت فایده یا مطلوبیت گرایی

دیوید هیوم ، جرمیبنتام ، جان استورات میل

محورها:

1– نتایج حاصل از افعال انسان تنها بر این اساس که تا چه حد در کامیابی جامعه نقش داشته اند، قابل ارزیابی است.

2– وجود شاخص و معیار برای تعیین عناصری که در کامیابی جامعه نقش دارند.

3– سعادت یا مطلوبیت رفاه به صورت عددی قابل اندازه گیری و قابل مقایسه است.

شاخص تابع رفاه اجتماعی social welfare function

یک جامعه فرضی با دو فرد A وB را در مقطع خاصی از زمان در نظر می گیریم. یک کالای عمومیx وجود دارد که مقدار ثابتی از آن در اختیار است.

$$u^A = u^A(x^A)$$

$$u^B = u^B(X^B)$$

$$\overline{X} = X^B + X^A$$

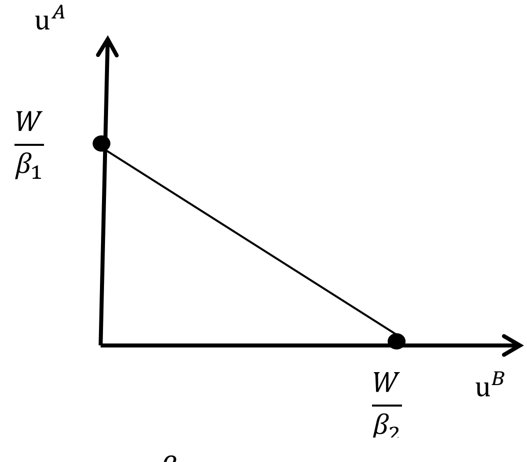
تابع رفاه اجتماعی تابعی از مطلوبیت افراد جامعه:

تابع رفاه اجتماعی $w = w(\, u^A, u^B)$

تابع رفاه اجتماعی جمع پذیر $w = \beta_1 u^A + \beta_2 u^B$

بهترین دولت، دولتی است که رفاه اجتماعیWرا حداکثر کند.

β_i ها : میزان اهمیت افراد، وزن مطلوبیت هر فرد در تابع رفاه اجتماعی جمع پذیر است.



شیب تابع رفاه اجتماعی جمع پذیر $= -\frac{\beta_2}{\beta_1}$

$$\begin{cases} \max \quad w = \beta_1 u^A + \beta_2 u^B \\ \quad \text{قید}\ \overline{X} = X^B + X^A \end{cases}$$

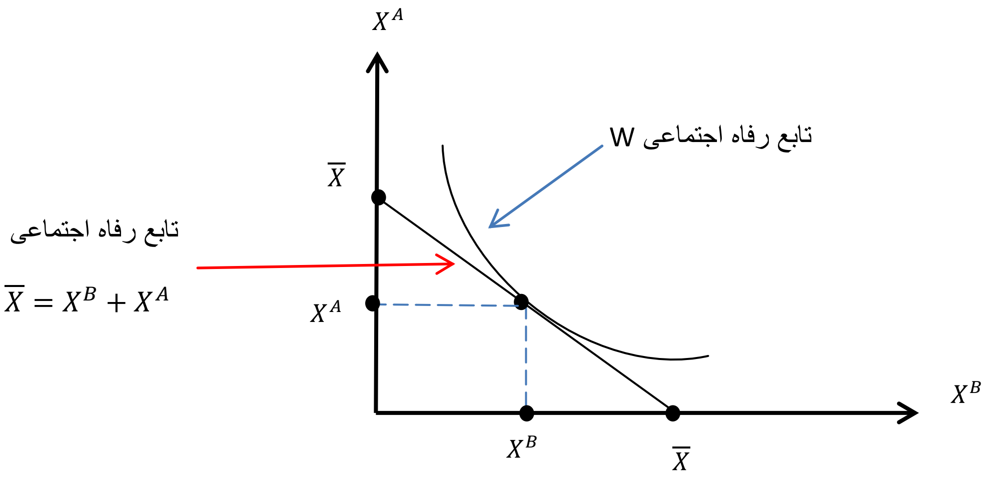
$$L = \beta_1 u^A + \beta_2 u^B + \lambda(\overline{X} - X^A - X^B) \rightarrow \beta_1 \frac{du^A}{dX^A} = \beta_2 \frac{du^B}{dX^B}$$

$$\underset{\text{بافرض}}{\Longrightarrow} \beta_1 = \beta_2 \Rightarrow \frac{du^A}{dX^A} = \frac{du^B}{dX^B}$$

با فرض اینکه وزن اهمیت افراد با یکدیگر برابر باشد.برای حداکثر کردن رفاه اجتماعی لازم است که کالا به نحوی بین دو فرد A و B توزیع شود که مطلوبیت های نهایی آنها باهم برابر شود.

برای دستیابی به نحوه توزیع کالاها نیاز به اطلاعات بیشتری در مورد تابع مطلوبیت هر فرد داریم، حال اگر تابع مطلوبیت افراد مشابه باشد، خواهیم داشت:

$$u = u^A = u^B \overset{\text{آنگاه}}{\Rightarrow} \frac{du}{dX^B} = \frac{du}{dX^A} \Rightarrow X^A = X^B$$



توزیع نابرابر کالا در سطح حداکثر رفاه ممکن است در هر یک از شرایط زیر رخ دهد:

1- مساوی نبودن وزن های مربوط به مطلوبیت افراد

2- متفاوت بودن مطلوبیت افراد

سایر توابع فایده گرایان

$$w = Max(u^A, u^B)$$

حداکثر سازی رفاه با توزیع نامساوی مصرف سازگار است. این تابع بر انتقال تمام مصرف به یک فرد دلالت ندارد.

تابع رفاه اجتماعی نسل ها (بین دوره ای) :

مطلوبیت دو نسل u_1وu_2

$$w = w(u_1, u_2)$$

$$w = \beta_1 u^1 + \beta_2 u^2 \overset{\text{فرض}}{\Longrightarrow} \beta_1 = 1 \;\; \beta_2 = \frac{1}{1+\rho}$$

$$\Rightarrow w = u^1 + \frac{u^2}{1+\rho}$$

ρ نرخ تنزیل مطلوبیت : نرخی که در آن مطلوبیت سال آینده را در حال حاضر نشان می دهد.

نظریه عدالت جان رالز:

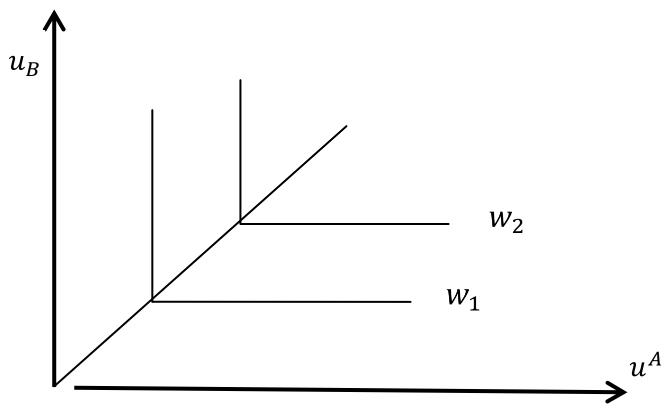
فایده گرایان معتقدند که توزیع درآمد بین افراد جامعه چنان اهمیت ندارد.

رالز: به عقیده فایده گرایان نقد می کند و می گوید توزیع منابع تولید ناشی از حداکثر کردن رفاه اجتماعی می تواند باعث اخلال در حقوق افراد و آزادی های اساسی شود. حقوقی که ذاتاً باید از آنها حمایت شود.

تابع لئونتیف :

$$y = \min[a_1x_1, a_2x_2]$$

دوچرخه $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$



تابع رفاه جان رالز:

$$w = \min(u^A, u^B)$$

نابرابری ها زمانی عادلانه است که وضعیت هر فرد را در جامعه بهتر کند یعنی اینکه منجر به بهبود پارتو شود.

بهبود پارتو: شرایطی است که یک تغییر برای تخصیص متفاوت که حداقل وضعیت یک فرد بهتر شود بدون اینکه وضعیت افراد دیگربدتر شود.

بهینه پارتو:شرایطی است که در آن بهبودهای پارتو امکان پذیر نباشد.

فلسفه اخلاق آزادی خواهان :

رابرت نوزیک – جان لاک

جان لاک: در فلسفه اخلاق آزادی خواهان مالکیت قانونی بسیار مهم است و شرط لازم آن انتخاب آزادانه است.

فلسفه اخلاق آزادی خواهان مخالف مفاهیم عدالت متکی بر نتایج پیامدها یا آثار ناشی از فعالیت و رفتار انسانی هستند.

مکتب اصالت فایده و تنزیل:

نرخ تنزیل مطلوبیت و نرخ تنزیل مصرف سنگ بنای اقتصاد منابع و محیط زیست مکتب اصالت فایده است.

تابع رفاه اجتماعی بین دوره ای:

گسسته:

$$w = \mathrm{u}_0 + \frac{\mathrm{u}_1}{1+\rho} + \frac{\mathrm{u}_2}{(1+\rho)^2} + \cdots + \frac{\mathrm{u}_t}{(1+\rho)^T} \Rightarrow \sum_{t=0}^{T} \frac{\mathrm{u}_i}{(1+\rho)^t}$$

ρ نرخ تنزیل مطلوبیت است که ارزش هر افزایش اندک در تغییرات مطلوبیت را با توجه به تأخیر زمانی محاسبه می کند.

پیوسته:

$$\mathrm{W} = \int_{t=0}^{T} u_t . e^{-\rho t}\, dt \qquad e \approx 2/718$$

اگر مطلوبیت را تابعی از مصرف در نظر بگیریم خواهیم داشت:

$$w = \sum_{t=0}^{T} \frac{\mathrm{u}(c_t)}{(1+\rho)^t}$$

چون **W** به طور مستقیم تابعی از **C** است این امکان وجود دارد که تابع رفاه اجتماعی را به طور مستقیم تابعی از سطح مصرف بنویسیم.

$$w = \sum_{t=0}^{T} \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

rتنزیل مصرفاست و نرخی است که ارزش هر افزایش کوچک در تغییرات مصرف را با توجه به تأخیر زمانی نشان می دهد.

نتایج حاصل از تنزیل:

بسیاری از افراد نرخ تنزیل مثبت را از نظر اخلاقی غیرقابل دفاع می دانند چرا که نرخ تنزیل مثبت باعث می شود که استفاده از منابع طبیعی در زمان حال بیشتر از حد بهینه باشد.

ارتباط بین نرخ تنزیل مطلوبیت و نرخ تنزیل مصرف:

$$\mathrm{W} = \int_0^T u(C_t).\, e^{-\rho t}\, dt$$

$$\frac{du}{dC} = u'(C_t) > 0$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathrm{u}}{\mathrm{dC}^2} = u''(C_t) < 0$$

یعنی شیب مطلوبیت نهایی منفی است.

$u = u(C_t)$یک تابع صعودی و با نرخ کاهنده می باشد.

کشش مطلوبیت نهایی نسبت به مصرف :

$$\alpha(\mathrm{C}) = -\mathrm{C}.\frac{u''(C)}{\mathrm{u}'(\mathrm{C})} > 0$$

رابطه ی بین نرخ تنزیل مصرف و نرخ تنزیل مطلوبیت

$$\boxed{r = \rho + \alpha\ \frac{\dot{c}}{c}}$$

r : نرخ تنزیل مصرف

α : کشش مطلوبیت نهایی نسبت به مصرف

($\frac{dC}{dt} = \dot{c}$):تغییرات مصرف در زمان

($\frac{\dot{c}}{c}$): نرخ رشد مصرف

ρ: نرخ تنزیل مطلوبیت

نرخ تنزیل مطلوبیت ρ و نرخ تنزیل مصرف r در حالت های زیر با هم برابر خواهند شد:

1) مصرف در طول زمان ثابت بماند.$\frac{\dot{c}}{c} = 0 \Leftarrow \dot{c} = 0 \Leftarrow$ $r=p$

2) $\alpha = 0$ باشد و برای آنکه $\alpha = 0$ باشد باید $u''(C) = 0$ باشد. و برای اینکه $u''(C) = 0$

باید تابع u خطی باشد یعنی$u=ac+b$ ←تابع مطلوبیت خطی

حالتی که r منفی است:

$$r < 0 \rightarrow \rho + \alpha\frac{\dot{c}}{c} < 0 \Rightarrow \rho < -\alpha\frac{\dot{c}}{c}$$

<u>این وضعیت زمانی اتفاق می افتد که سطح مصرف با نرخ قابل ملاحظه ای در حال کاهش باشد.</u>

اثبات رابطه ی $r = \rho + \alpha \ \frac{\dot{c}}{c}$:

تابع رفاه اجتماعی $\Rightarrow w = \int_0^T u(C_t).e^{-\rho t}\, dt$

مطلوبیت نهایی مصرف ارزش یک واحد اضافه شده مصرف در زمان t را نشان می دهد.

مطلوبیت نهایی مصرف، مشتق $u(C_t)$ است:

مطلوبیت نهایی مصرف$\Rightarrow \frac{\mathrm{d}[u(C_t).e^{-\rho t}]}{\mathrm{d}C_t} = e^{-\rho t}u'(C_t)$

نرخ مطلوبیت نهایی مصرف$\Rightarrow \frac{\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}[e^{-\rho t}u\prime(C_t)]}{e^{-\rho t}u\prime(C_t)}$

$$= \frac{-\rho e^{-\rho t}u'(C_t) + e^{-\rho t}\frac{dC_t}{dt}.u"(C_t)}{e^{-\rho t}u'(C_t)}$$

نرخ مطلوبیت نهایی مصرف $= \frac{-\rho e^{-\rho t}u\prime(C_t)}{e^{-\rho t}u\prime(C_t)} + \frac{e^{-\rho t}u"(C_t)\frac{dC_t}{dt}}{e^{-\rho t}u\prime(C_t)}$

$$= -\rho + \frac{u"(C_t).\frac{dC_t}{dt}}{u'(C_t)} \xrightarrow{\times c} = -\rho + C\,\frac{u"(C_t)}{u'(C_t)}.\frac{\dot{c}}{c}$$

نرخ مطلوبیت نهایی مصرف$= -\rho - \alpha\frac{\dot{c}}{c} = -(\rho + \alpha\frac{\dot{c}}{c})$

نرخ مطلوبیت نهایی مصرف همان نرخ تنزیل مصرف است. بنابراین برای مثبت کردن عبارت به دست آمده را در یک 1- ضرب می کنیم.

$$r = \rho + \alpha \ \frac{\dot{c}}{c}$$

نرخ تنزیل را گاهی نرخ خالص رجحان زمانی می نامند اگر این نرخ مثبت باشد این وضعیت دلالت بر ناشکیبایی دارد.یعنی اینکه مطلوبیت نزدیک تر بر مطلوبیتی که با تأخیر به دست می آید ارجحیت دارد. تنها

اصل اخلاقی قابل دفاع این است که مطلوبیت های تمامی نسل ها یکسان باشد. به عبارت دیگر نرخ تنزیل مطلوبیت صفر باشد. اما با توجه به این که ممکن است در آینده با احتمال مثبت گونه های حیاتی کاملاً منقرض شوند، بنابراین نرخ تنزیل مطلوبیت می تواند مثبت باشد.

$$r = \rho + \alpha\ \frac{\dot{c}}{c} \to r - \rho = \alpha\ \frac{\dot{c}}{c}$$

$$if\ \frac{\dot{c}}{c} > 0 \to r > \rho$$

یعنی اینکه اگر رشد مصرف $\frac{\dot{c}}{c}$در طول زمان افزاینده باشد ($\frac{\dot{c}}{c} > 0$) ، نرخ تنزیل مصرف r از نرخ تنزیل مطلوبیت ρ بیشتر خواهد شد.اگر اقتصاد شاهد رشد درآمد و مصرف در طول زمان باشد، آنگاه ارزش هر واحد اضافی مصرف در آینده کمتر از ارزش آن در زمان حال است.(قانون نزولی بودن مطلوبیت نهایی)

نرخ بهره بازار و نرخ تنزیل مصرف:

در شرایط بازار رقابت کامل و عدم وجود شرایط شکست بازار رابطه ی زیر همواره برقرار است:

$$r = i = s$$

r :نرخ تنزیل مصرف

i :نرخ بهره ی بازار

s :نرخ بازده سرمایه یا تولید نهایی سرمایه

مفاهیم و روش های بهینه یابی پویا:

مسأله پرتاب موشک یکی از ساده ترین مثال ها برای بررسی مباحث بهینه یابی پویا می باشند. فرض کنید موشکی در زمان t_0 به سمت یک هدف پرتاب می شود و در زمان T به هدف اصابت می کند برای سادگی فرض کنید T معلوم باشد این یک سیستم است که اجزاء آن به شرح زیر می باشد:

1- ورودی های سیستم : سوخت موشک، زاویه ی پرتاب موشک با زمین و...

2- خروجی های سیستم: در واقع یک هدف است و آن هم اصابت در کمترین زمان ممکن است.

3- وضعیت سیستم : وضعیت سیستم بیان گر مسیر موشک است. یعنی در هر لحظه از زمان این موشک چه وضعیتی دارد که می توان آن را بر حسب طول و عرض جغرافیایی و ارتفاع آن از سطح زمین در نظر گرفت.

زمان اولیه و پایانی:

هر مسأله بهینه پویا در یک محدوده ی زمانی انجام می شود که یک نقطه ی شروع و یک نقطه ی پایانی دارد. نقطه ی شروع را با t_0 و نقطه ی پایانی را با T نشان می دهیم. در برخی از مسائل t_0 وT از قبل مشخص هستند ولی در برخی موارد دیگر ممکن است. این دو به ویژه زمان پایانیT متغیر می باشند.

وضعیت اولیه و پایانی:

هر مسأله بهینه یابی پویا از گذشته تا زمان t_0 سابقه ای دارد که این سابقه برای زمان t_0 معین و معلوم است. اگر وضعیت سیستم را در زمان t با x(t) نشان دهیم داریم:

وضعیت سیستم در زمان اولیه(معلوم): $x(t_0) = x_0$

وضعیت سیستم در زمان پایانی(معلوم یا مجهول): $x(T) = x^T$

متغیرهای کنترل: control variable

متغیرهای کنترل در واقع ابزار تأثیرگذاری بر سیستم هستند. یعنی از این طریق می توان سیستم را تحت تأثیر قرار داد. متغیر کنترل را با u(t) نشان می دهیم. تصمیم گیرنده می خواهد در هر لحظه از زمان مقدار u(t) را به بهترین نحو تعیین کند تا آثار مطلوبی بر روی وضعیت سیستم بگذارد.

متغیرهای وضعیت : state variable

این متغیرها وضعیت سیتم را در هر لحظه از زمان نشان می دهد و با x(t) نمایش داده می شوند. x(t) در طول زمان مسیری را طی می کند که به آن مسیر وضعیت می گویند.

رابطه ی بین متغیرهای کنترل و وضعیت:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{x(t)} = f(u(t), t)$$

متغیری که تغییرات آن را مورد بررسی قرار می دهیم متغیر وضعیت است بنابراین رشد x(t) بستگی به u(t) دارد .

یک حالت بسیار ساده این است که $x(t) \dot{=} u(t)$.

تابع هدف : objective function

در حالت پیوسته ابتدا اگر یک لحظه از زمان را در نظر بگیریم.

در این لحظه از زمان تصمیم گیرنده مقداری را برایu(t) انتخاب می کند که از این طریق مقدار x(t) نیز تعیین می شود. هر مسیری که برایx(t) انتخاب شود به ازاء آن یک مقدار برای تابع هدف به دست می آید. بی نهایت مقدار برایu(t) و x(t) در طول مسیرهایشان داریم. اما در آخر فقط منجر به یک مقدار برای تابع هدف می شود. و تصمیمات انتخاب شده در هر لحظه از زمان بخشی از کل دوره ی تصمیم گیری است.

تابع هدف: $v(x) = \int_{t=t_0}^{T} f(x_t, u_t, t)$

محدودیت ها:

هر بهینه یابی پویا محدودیت هایی دارد که به صورت های مختلفی مطرح می شود برخی از این محدودیت ها مربوط به زمان اولیه و پایانی ایت و برخی نیز به صورت های دیگری هستند.

$$y_t = C_t + S_t \rightarrow C_t = y_t - S_t$$

$$y_t = f(L_t + K_t)$$

$$u_t = \mathrm{u}(C_t) \Rightarrow u_t = u(y_t - S_t) \xrightarrow{S_t = I_t} I_t = \frac{dk}{dt} = \dot{k_t}$$

$$\Rightarrow u_t = \mathrm{u}(\mathrm{f}(L_t, k_t) - \dot{k_t})$$

$$\Rightarrow y_t = \mathrm{u}(\mathrm{f}(L_t, k_t) - \dot{k_t})$$

کل رفاه جامعه در یک دوره ی معین برابر است با:

$$max \int_{t=t_0}^{T} \mathrm{u}(\mathrm{f}(L_t, k_t) - \dot{k_t})$$

در این مثال $\dot{k}$ متغیر وضعیت و L_t, k_t متغیرهای کنترل هستند.

L_t: تعداد نیروی کار

y_t: درآمد S_t: پس انداز

u_t: مطلوبیت k_t: موجودی سرمایه

$\dot{k}$: تغییرات سرمایه

C_t: مصرف

I_t :سرمایه گذاری

حساب تغییرات : (در این حالت متغیر کنترل و قید وجود ندارد)

حساب تغییرات یکی از حالت های خاص نظریه کنترل بهینه است.

(حداکثر سازی بدون محدودیت به جزء محدودیت های زمانی اولیه و پایانی)

$$max \int_{t_0}^{T} F\left(x_{(t)}, \dot{x}_{(t)}, t\right) dt$$

$$s.t \quad x(0) = x_0 \quad x(T) = x^T$$

برای حل از معادله ی مولر استفاده می کنیم:

$$F_{\dot{x}\dot{x}}.\ddot{x} + F_{\dot{x}x}.\dot{x} + F_{\dot{x}t}.x + F_x = 0$$

مسأله زیر را حل کنید:

$$v(x) = \int_0^1 (x^2 + \dot{x}^2 + 2xe^t) dt$$

$$s.t \quad x(0) = 2 \quad x(1) = \frac{5}{2}e$$

$$F_x = 2x + 2e^t$$

$$F_{\dot{x}} = 2\dot{x} \qquad + F_{\dot{x}x} = 0 \quad F_{\dot{x}t} = 0 \quad F_{\dot{x}\dot{x}} = 2$$

$$F_{\dot{x}\dot{x}}.\ddot{x} + F_{\dot{x}x}.\dot{x} + F_{\dot{x}t}.x + F_x$$

$$2\ddot{x} + 0 \times \dot{x} + 0 \times x - 2x - 2e^t$$

$$2\ddot{x} - 2x - 2e^t = 0$$

معادله ی دیفرانسیل مرتبه ی دوم معادله ی مفسر

نظریه کنترل بهینه: اصل ماکزیمم maximum principle

$$max \int_{t_0}^{T} F\big(x_{(t)}, u_{(t)}, t\big)dt$$

$$s.t \quad \dot{x}(t) = F\big(x_{(t)}, u_{(t)}, t\big)$$

$$x(t_0) = x_0 \qquad\qquad x(T) = x^T$$

برای حل مسأله ی بالا تابع هامیلتونی را تشکیل می دهیم :

هامیلتونی $H = F[(x(t), u(t), t) + \lambda\big(x_{(t)}, u_{(t)}, t\big)]$

1) $\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{u}} = 0$ مشتق تابع هامیلتون نسبت به متغیر کنترل

2) $\dot{\lambda} = \frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{x}}$ مشتق تابع هامیلتون نسبت به متغیر وضعیتx

3) $\dot{x}_t = F\big(x_{(t)}, u_{(t)}, t\big)$

4) $x(t_0) = x_0 \qquad\qquad x(T) = x^T$

5)$\lambda(\mathrm{T}) = 0$

بعد از به دست آوردن λ زمان پایانیT را در آن قرار می دهیم و معادله برابر صفر می باشد.

مسأله زیر را حل کنید:

$$v = max\int_0^1 (xt - u^2)dt$$

$$s.t \quad \dot{x}(t) = u_{(t)} \quad x(0) = 2 \quad x(T) = \text{آزاد}$$

برای حل تابع هامیلتونی را تشکیل می دهیم :

$$H = (xt - u^2) + \lambda u$$

1) $\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{u}} = 0 \quad -2u + \lambda = 0 \quad u = \frac{\lambda}{2}$

2) $\dot{\lambda} = -\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{x}} \dot{\lambda} = -t$

3) $\dot{x}(t) = u_{(t)}$

4) $x(0) = 2$

5)$\lambda_{(\mathrm{T})} = 0$

از رابطه ی 2 داریم$\Rightarrow \dot{\lambda} = -t \to \frac{d\lambda}{dt} = -t \xrightarrow{\text{انتگرال می گیریم}} \lambda = -\frac{t^2}{2} + C$

از رابطه ی 5 داریم$\Rightarrow \lambda_{(\mathrm{T})} = 0 \quad \lambda_{(1)} = 0 \xrightarrow{\text{جایگزینی}} \frac{-(1)^2}{2} + C = 0 \Rightarrow$

$$C = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda_{(t)} = \frac{-t^2}{2} + \frac{1}{2}}$$

از رابطه ی 1 داریم $u = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow u = \frac{\frac{-t^2}{2} + \frac{1}{2}}{2} \Rightarrow \boxed{u = \frac{-t^2}{4} + \frac{1}{4}}$

از رابطه ی 3 داریم $\dot{x}(t) = u_{(t)} \Rightarrow \dot{x}(t) = \frac{-t^2}{4} + \frac{1}{4}$

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{t^2}{4} + \frac{1}{4} \xRightarrow{\text{انتگرال}} x_t = -\frac{t^3}{12} + \frac{1}{4}t + C$$

از رابطه ی 4 داریم $x(0) = 2 \xRightarrow{\text{جایگزینی}} -\frac{(0)^2}{12} + \frac{1}{4}(0) + C = 2 \Rightarrow$

$$C = 2 \Rightarrow x_t = -\frac{1}{12}t^3 + \frac{1}{4}t + 2$$

کنترل بهینه با عامل تنزیل:

$$\max v \int_{t=0}^{T} F\left(x_{(t)}, u_{(t)}, t\right). e^{-rt} dt$$

$$s.t \quad \dot{x}(t) = F\left(x_{(t)}, u_{(t)}, t\right)$$

$$x(0) = x_0 \qquad\qquad x(T) = x^T$$

تابع هامیلتونی $H = F\left(x_{(t)}, u_{(t)}, t\right) + \lambda f\left(x_{(t)}, u_{(t)}, t\right)$

1) $\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{u}} = 0$

2) $\dot{\lambda} = r\lambda - \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{x}}$ فرق آن با کنترل بهینه در این شرط 2 است .

3) $\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t)$

4) $x(0) = x_0 \qquad\qquad x(T) = x^T$

5) $\lambda_{(\mathrm{T})} = 0$

اقتصاد ماهیگیری:

- سهم آبزیان در تأمین پروتئین جهان: آمریکا 7٪، آسیای جنوب شرقی 28٪ ، آفریقا 21٪
- منابع تأمین تولید آبزیان : 1)دریاها 78٪ 2)آب های داخلی 7٪ 3)پرورش ماهی 15٪
- وضعیت ذخایر آبزیان : 1) غرب اقیانوس هند(بزرگ ترین منبع آبزیان) 2) شمال غربی، جنوب غربی و غرب اقیانوس آرام

بیشترین رتبه بهره برداری و استفاده از ماهی در دنیا:

1- چین 2- پرو 3- ژاپن 4-آمریکا 5- شیلی 6-اندونزی

موضوعات اصلی در مدیریت صیادی :

فعالیت صیادی ترکیبی از نیروی انسانی– انواع مختلف شناورها و ادوات صید می باشند. ماهی ها دو نوع هستند: 1- سطح زی 2- کف زی

دسترسی آزاد: common access

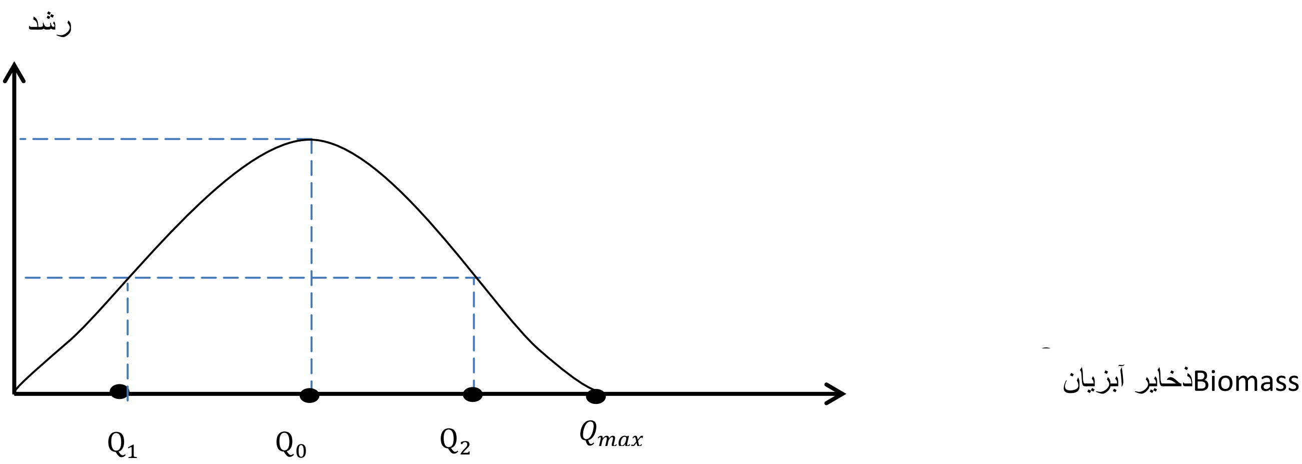
دسترسی آزاد یا مشترک یعنی افراد به هر میزان در استفاده از منابع آزاد هستند و هر شخص که مهارت و تجهیزات مورد نیاز را داشته باشد می تواند از این منابع استفاده نماید. آبزیان یکی از آسیب پذیرترین منابع طبیعی هستند که صرفاً ناشی از مسئله دسترسی آزاد است.

نظریه ایستای اقتصاد ماهی گیری:

در زمینه ی اقتصاد ماهی گیری اولین مقالات توسط گوردون 1954 و اسکات 1955 نوشته شده است.

با توجه به این که فعالیت ماهی گیری با مسئله ای به نام دسترسی آزاد مواجه است. دولت ها غالباً دست به کنترل و مدیریت آن می زنند. لذا در این زمینه مسئله مهم تأمین معیاری برای تنظیم و کنترل فعالیت صیادی است.

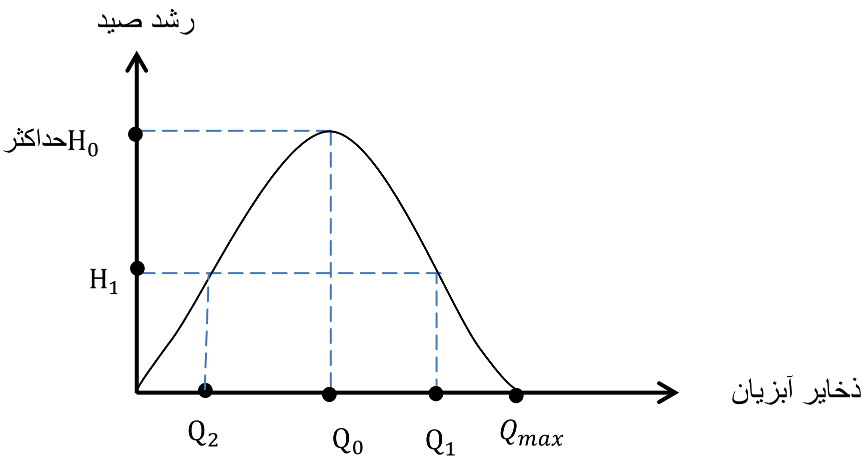
منحنی رشد آبزیان: (منحنی شفر)



Q_{max} حداکثر ظرفیت طبیعت برای تولید (ذخیره ی) آبزی است.

رشد ذخایر برابر با تفاوت بین تکثیر این ذخایر و مرگ ومیر آنهاست.

نمودار شفر نشان می دهد در زمانی که ذخایر آبزیان کم است رشد آنها در حال افزایش است. این افزایش تا جایی ادامه دارد که ذخایر آبزیان به سطح Q_0 برسد در سطح Q_0 رشد ذخایر به حداکثر خود می رسد. اما همچنان که ذخایر آبزیان افزایش مییابد میزان مرگ و میر در مقایسه با تکثیر افزایش مییابد این امر ناشی از کم شدن نسبی غذا، تغذیه آبزیان بزرگ تر از آبزیان کوچک تر و بیماری های واگیردار می باشند. از این رو همچنان که ذخایر آبزیان افزایش مییابد رشد ذخایر کندتر شده به گونه ای که بعد از Q_0 شروع به کاهش می کند در Q_{Max} میزان مرگ ومیر با میزان تکثیر شده و لذا اگر اتفاق غیر منتظره ای رخ ندهد ذخایر آبزیان در سطح ثابت باقی خواهد ماند.



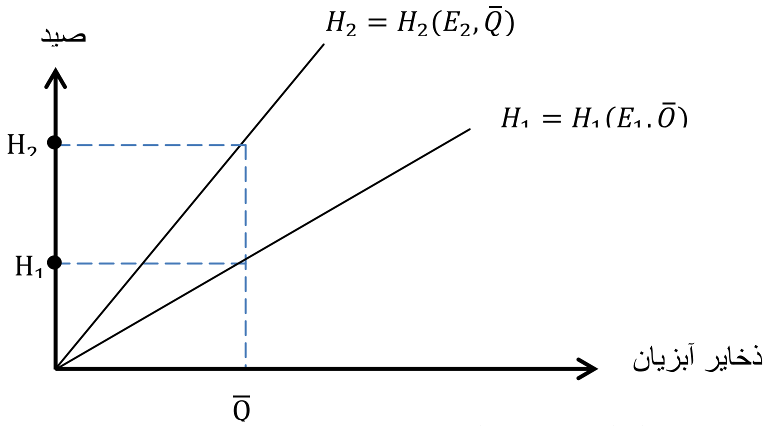
بدیهی است که Q_{Max} برابر با حداکثر ظرفیت طبیعت می باشد اکنون یک فعالیت اقتصادی مانند صید را در نظر بگیرید. برای سادگی فرض می کنیم که مقدار صید برابر با تفاوت بین میزان تکثیر و مرگ ومیر (رشد) باشد.

- ر این حالت محور عمودی علاوه بر میزان رشد میزان صید را هم نشان می دهد.

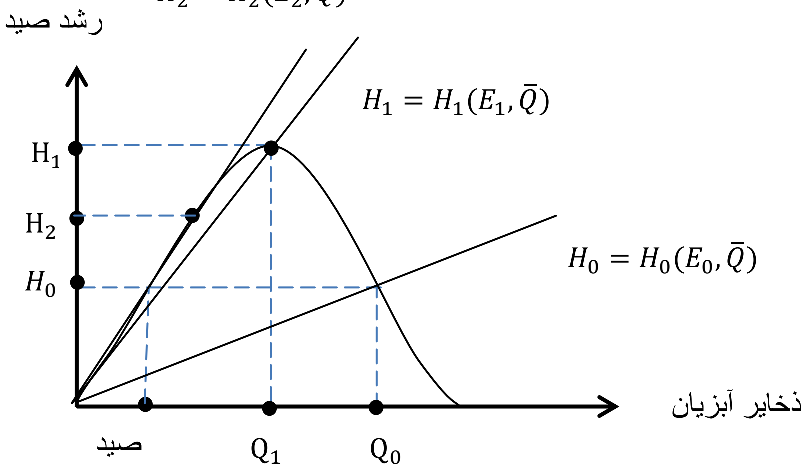
حال سوال این است که بیشترین صید پایدار چه مقدار است. مانند هر فعالیت اقتصادی دیگر صید نیز به نهاده هایی نیاز دارد. نهاده های مورد نیاز فعالیت صیادی شامل : میزان تلاش برای صید و ذخایر آبزیان می باشد.

تلاش صیادی در واقع نیروی انسانی– قایق – ابزار و ادوات صیادی و سوخت می باشد. با فرض ثابت بودن تلاش صیادی انتظار داریم همواره با افزایش ذخایرر میزان صید نیز افزایش یابد.

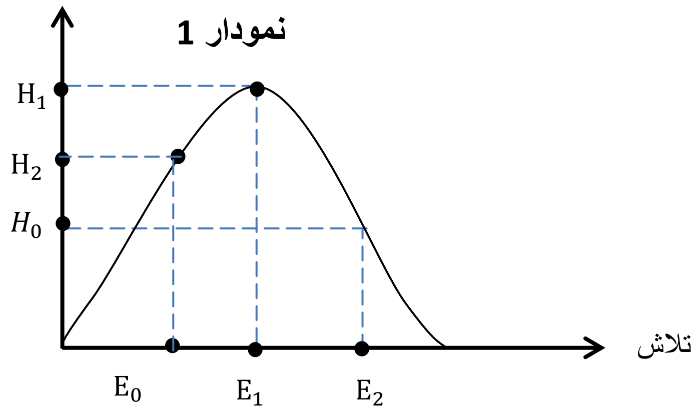
منحنی رابطه ی بین صید و ذخایر آبزیان با تغییر تلاش:



نمودار صید–ذخایر نشان می‌دهد با افزایش تلاش از به منحنی $H_2 = H_2(E_2,\bar{Q})$ ، بالا حرکت می کند.



نمودار 1



نمودار 2

نمودار1 : منحنی رشد-صید را با همدیگر نشان می دهد اگر سطح تلاش E_0باشد در این صورت ذخایر آبزیان و مقدار صید به ترتیب برابر Q_0 و H_0 خواهد شد. زمانی که تلاش به E_1 افزایش یابد ذخایر آبزیان کاهش ولی مقدار صید افزایش مییابد حال اگر تلاش صیادی به E_2 افزایش یابد ذخایر آبزیان به Q_2 کاهش و مقدار صید به H_2 کاهش مییابد.

در نمودار 2: تلاش را به همین ترتیب بالا تغییر داده و مقدار صید مربوط به آن را نیز تعیین می کنیم . و منحنی رشد-صید، ذخایر بر منحنی تلاش-صید تبدیل خواهد شد.

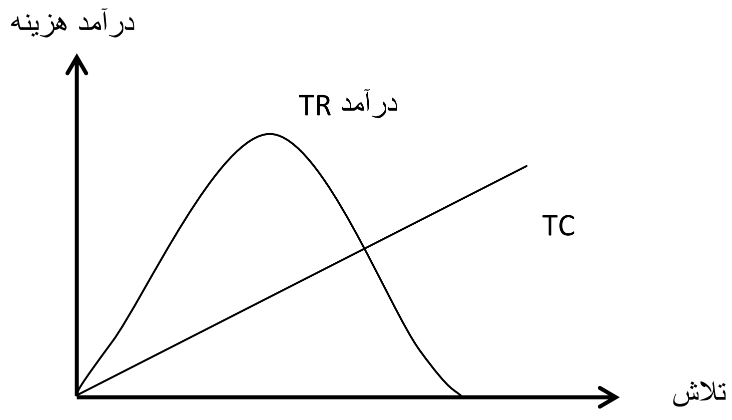
حال قیمت آبزیان (ماهی) را به مدل اضافه می کنیم:

فرض می کینم قیمت ثابت و معلوم باشد. بدین معنی که مقدار صید تأثیری بر قیمت بازار ندارد.

$$TR = \rho . H$$

TR: درآمد کل ρ :قیمت ماهی H: میزان صید

از نظر ریاضی می توان ثابت کرد که تابع درآمد کل به شکل زیر می باشد.

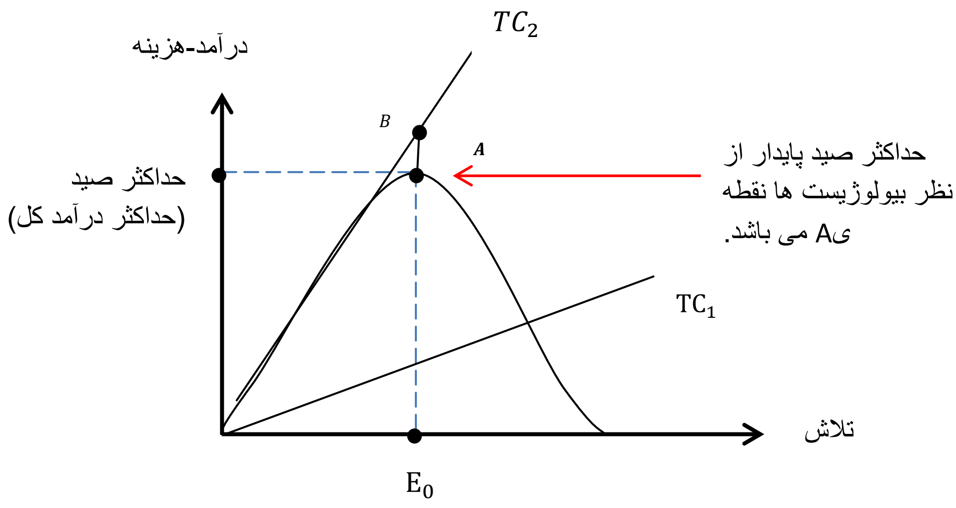


TC هزینه ی کل ⟵تابعی از تلاش به صورت خطی است

$$TC = TC(E) = \alpha E$$

حداکثر صید پایدار از نظر معیار بیولوژیست ها:

مقدار بهینه صید از نظر بیولوژیست ها و اقتصاددانان متفاوت است. از نظر بیولوژیست ها مقدار بهینه فعالیت صیادی جایی است که حداکثر صید حاصل گردد این مقدار صید نقطه ی حداکثر درآمد کل می باشد.



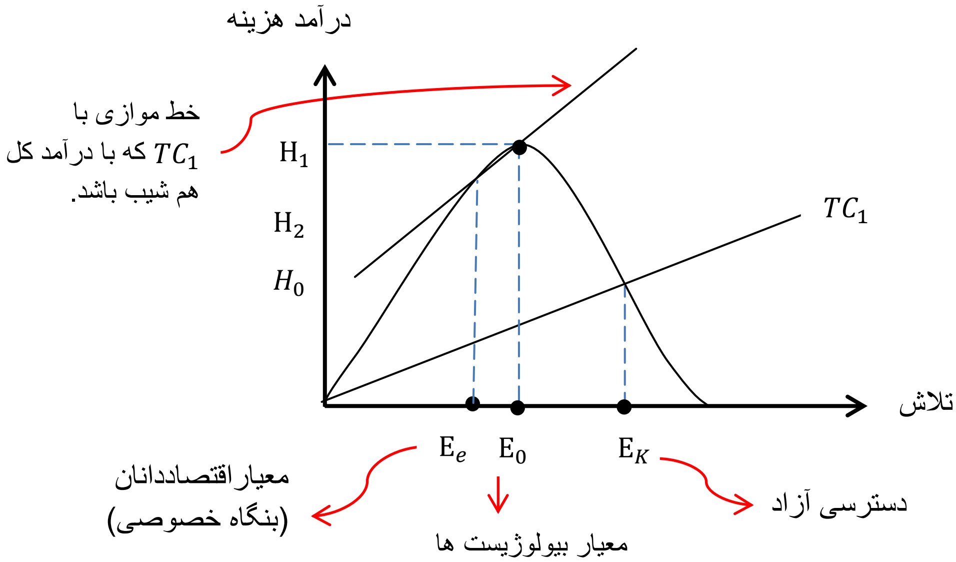
حداکثر صید پایدار از نظر بیولوژیست ها
Maximum sustainable yield(MSY)

معیار بیولوژیست ها از نظر اقتصاددانان قابل قبول نیست. بدین علت که این معیار هیچ توجهی به هزینه صید ندارد. یعنی اگر هزینه ی صیادی TC_1 یا TC_1 باشد. حداکثر صید طبق معیار بیولوژیست ها تغییری نمی کند. اگر هزینه TC_2 باشد و بخواهیم براساس معیار بیولوژیست ها عمل کنیم بنگاه صیادی به اندازه AB ضرر می کند.

صید پایدار بهینه از نظر اقتصاددانان:

معیار اقتصادی تلاش صیادی را در جایی پیشنهاد می دهد که رانت اقتصادی (سود) حداکثر باشد و رانت اقتصادی اختلاف بین درآمد کل و هزینه ی کل می باشد. بنابراین براساس معیار اقتصادی سطح بهینه تلاش

صیادی جایی است که اختلاف بین درآمد کل و هزینه ی کل حداکثر باشد. حال اگر هزینه ی TC_1 باشد در نقطه ی E_K سود یا رانت اقتصادی صفر می شود.



E_e: نقطه ای که سود اقتصادی حداکثر است یعنی شیب خط هزینه با شیب خط درآمد یکسان است.

E_K: سود یا رانت اقتصادی صفر است. حالت دسترسی آزاد

E_0: حداکثر صید پایدار از نظر بیولوژیست ها

مقایسه ی تلاش صیادی براساس معیار بیولوژیست ها و معیار اقتصادی نشان می دهد که اقتصاددانان تلاش صیادی را کمتر از بیولوژیست ها می دانند فقط در صورتی که هزینه ی صیادیبا TC کاملاً افقی باشد معیار اقتصاددانان و بیولوژیست ها یکسان خواهد بود. ولی هر چقدر هزینه ی صیادی افزایش یابد اختلاف بین میزان تلاش معیار بیولوژیست ها و اقتصادانان بیشتر خواهد شد.

از نظر ریاضی می توان مسأله را به صورت زیر بیان نمود.

با ثابت بودن ذخایر آبزی، مقدار صید تابعی از میزان تلاش صیادی است که به صورت زیر بیان می شود:

$$H = H(E, \bar{Q})$$

سود $R = TR - TC \quad TR = \rho.H \quad TR = TR(E)$

$$TC = TC(E) \rightarrow TC = \alpha E \qquad R = TR(E) - TC(E)$$

شرط لازم برای حداکثر شدن سود $\frac{dR}{dE} = 0 \rightarrow \frac{dTR(E)}{dE} = \frac{dTC(E)}{dE}$

$$\Rightarrow MR_E = MC_E$$

معادله ی فوق بیان می کند که به منظور حداکثر شدن رانت، تلاش صیادی بایستی تا جایی افزایش یابد که درآمد آخرین واحد تلاش MR_E با هزینه ی نهایی MC_E برابر باشد.

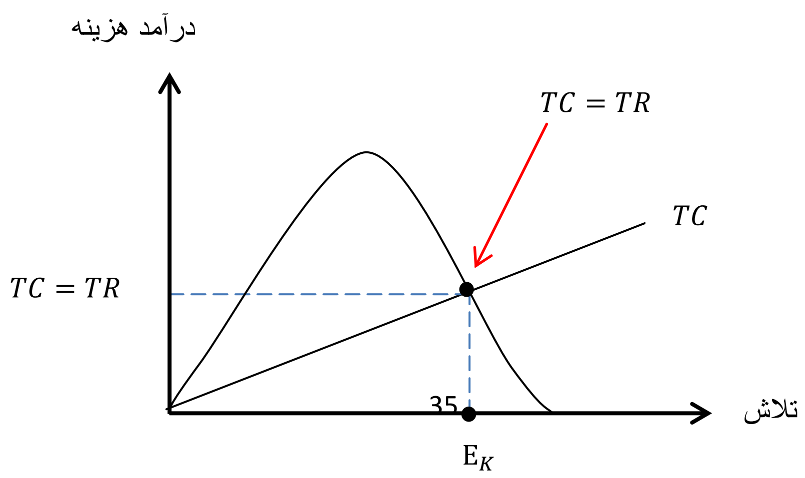
شرط کافی حداکثر شدن سود $\frac{d^2R}{dE^2} < 0 \rightarrow \frac{dMR_E}{dE} > \frac{dMR_E}{dE}$

یعنی مشتق درآمد نهایی کوچکتر از مشتق هزینه ی نهایی باشد یا شیب هزینه ی نهایی> شیب درآمد نهایی باشد.

دسترسی آزاد(یا مشترک) در فعالیت صیادی:

اکنون فرض کنید که هر شخص آزاد است وارد فعالیت صیادی شود و به صید آبزیان بپردازد و هیچ محدودیتی در این راستا وجود نداشته باشد. سؤال این است که چه تعدادی صیاد بایستی وارد فعالیت صیادی شود.

ازآنجایی که فعالیت صیادی مالک ندارد لذا ورود به این فعالیت تا جایی ادامه میبابد که رانت اقتصادی صفر گردد. به عبارت دیگر ورود تا زمانی ادامه میبابد که قیمت آبزیان با هزینه ی متوسط صید یا درآمد کل برابر با هزینه کل شود.

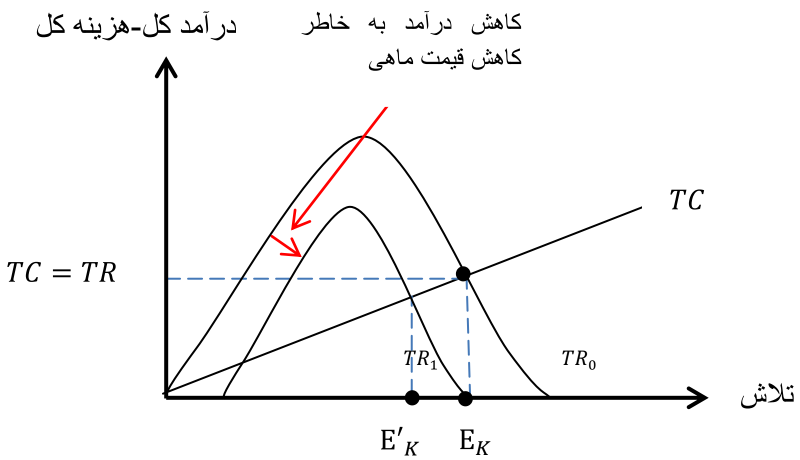


در حالت دسترسی آزاد $R = 0 \rightarrow R = TR - TC \xrightarrow{R=0} TR = TC$

$$\xrightarrow{TR=\rho H} \rho H = TC \rightarrow \rho = \frac{TC}{H} \rightarrow \rho = AC$$

TC: هرینه ی متوسط صید ρ: قیمت آبزی

در حالت دسترسی آزاد میزان تلاش صیادی معادل E_K خواهد شد که در E_K رانت اقتصادی (سود) صفر می شود. اگر تغییری رخ دهد باعث می شود تلاش صیادی کمتر از E_K شود.



با کاهش قیمت منحنی درآمد کل به داخل پرخش می کند بنابراین تلاش صیادی بایستی کاهش یابد تا درآمد با هزینه برابر شود، $TC = TR_1$ شود در نقطه ی E'_K بنا به دلایل زیر کاهش تلاش صیادی به E'_K عملاً ممکن است اتفاق نیفتد.

1- برای صیادان فعالیت صیادییک روش زندگی است. لذا صیادان هیچ تمایلی به شغل های دیگر ندارد و همچنین مهارتی را که کسب نموده اند در جایی دیگر استفاده کنند.

2- ادوات صیادان که در صید آبزیان مورد استفده قرار می گیرد یک سرمایه ی هدر رفته است. بدین معنی که تجهیزات صیادی به جز صیادی نمی تواند در صنایع دیگر مورد استفاده قرار گیرد.

3- صیادان خوش بینان و قماربازان طبیعت هستند.

موارد بالا توضیح می دهد که چرا بخش صیادی در اکثر دنیا بخش فقیری می باشد.

خلاصه ی کوچکی از موارد بالا:

بیولوژیست ها*MRxTR* – دسترسی آزاد *R=0*سود

اقتصاددانان: (بنگاه خصوصی) *MaxR* حداکثر شود

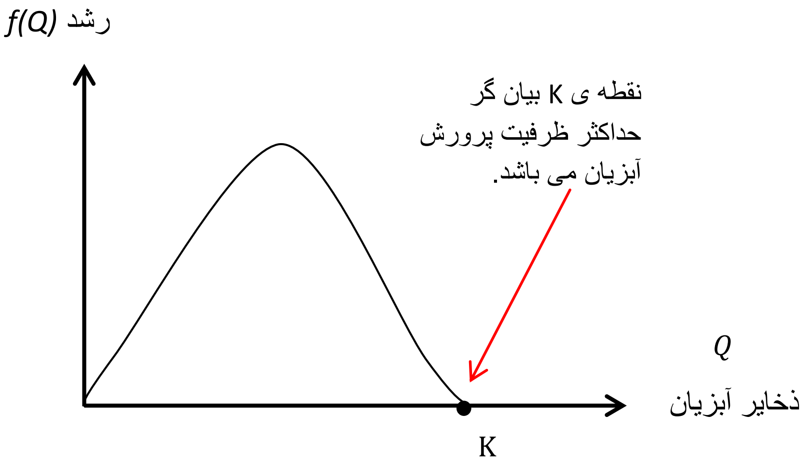
نظریه پویای اقتصاد ماهیگیری:

حال بعد زمان را در فعالیت صیادی وارد می‌کنیم. نظریه ی پویای ماهیگیری ابتدا توسط کوپس 1972، کرارک و مونرو 1975 مطرح گردید.

در این تجزیه و تحلیل فرض می شود که محیط زندگی آبزیان تغییری نمی کند.

بهره برداری اقتصادی:

در اینجا ذخایر آبزیان یا حجم توده زنده *Biomass* بر حسب وزن بیان می گردد و در طول زمان در نتیجه ی ورود آبزیان جدید و همچنین رشد آبزیان کوچکتر می کند.



معادله ی $\frac{dQ}{dt} = f(Q)$ رشد نشان می دهد که رشد آبزیان تابعی از ذخایر آبزیان است یعنی با افزایش ذخایر آبزیان رشد آنها افزایش مییابد و زمانی متوقف می گردد که به حداکثر ظرفیت (*K*) برسد. یعنی محدودیت محیط باعث متوقف شدن رشد آبزیان می گردد.

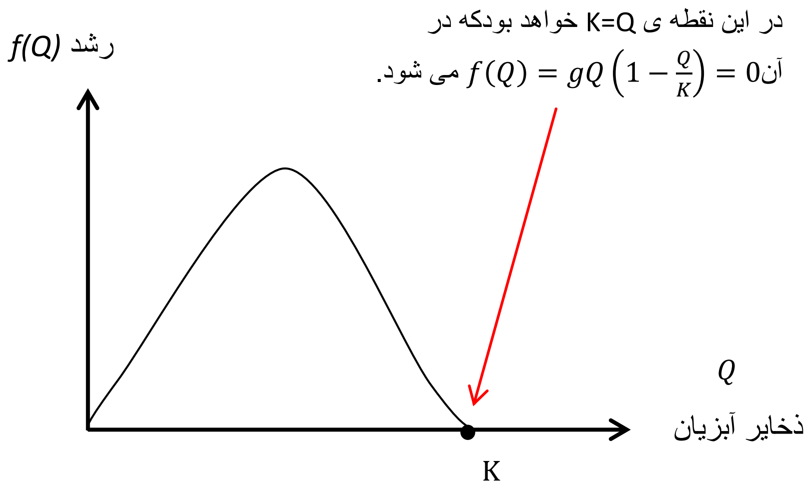
حال معادله ی رشد آبزیان را به صورت زیر در نظر می گیریم:

تابع رشد لجستیک $\frac{dQ}{dt} = f(Q) \Rightarrow gQ(1 - \frac{Q}{K})$

K: حداکثر ظرفیت پرورش آبزی

Q: ذخایر آبزی

g: نرخ رشد طبیعی آبزیان



در صورتی که فعالیت صیادی صورت نگیرد تعادل ذخایر آبزیان جایی است که $f(Q) = \frac{dQ}{dt} = 0$ باشد در نقطه ی $Q=K$ که تعادل را از نظر طبیعیا بیولوژیکی نشان می دهد.

حال فعالیت صیادی را نیز وارد می کنیم:

$$\frac{dQ}{dt} = gQ_t\left(1 - \frac{Q_t}{K}\right) - H(t)$$

$H(t)$ تابع صید آبزیان است.

رابطه ی بالا نشان می دهد که رشد آبزیان در هر زمان به اختلاف بین رشد طبیعی آبزیان و مقدار صید در آن زمان بستگی دارد.

در این وضعیت تعادل ذخایر آبزیان در جایی تعیین می گردد که رشد ذخایر آبزیان صفر گردد.

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \rightarrow f(Q_t) = H(t) \Rightarrow gQ_t\left(1 - \frac{Q_t}{K}\right) = H(t)$$

به عبارتی در هر زمان مقدار صید باید برابر با رشد طبیعی آبزیان باشد. قبلاً عوامل تعیین کننده صید را شامل ذخایر آبزیان Q و تلاش صیادی E معرفی کردیم. $H_t = H(E, Q_t)$

حال تابع صید را به صورت جبری و ساده در نظر می گیریم $H_t = \alpha Q_t E_t$

تابع صید بالا نشان می دهد که کشش تولیدی برای دو نهاده ی Q و E برابر با واحد است. بدین معنا که اگر 1٪ تلاش صیادییا ذخایر آبزیان افزایش یابد مقدار صید هم 1٪ افزایش مییابد.

α ضریب ثابتی است که افزایش آن به این معناست که با هر مقدار از ذخایر و تلاش صید بیشتری به دست می آید(α ضریب بهره وری نام دارد)

معرفی توابع هزینه و درآمد صیادی:

برای سادگی از تابع هزینه ی خطی استفده می کنیم که بر طبق آن هزینه صید تابعی خطی از میزان تلاش صیادی است. $TC_t = \beta E_t$

- $\beta = \frac{TC}{E}$یعنی هرچه تلاش صیادی افزایش یابد هزینه ی صیادی با ضریب β افزایش خواهد یافت.

حال درآمد کل صیادی را در نظر می گیریم: $TR = \rho . H$

$$\xrightarrow{H=f(Q_t)} TR = \rho . f(Q_t) = \rho . gQ_t\left(1 - \frac{Q_t}{K}\right)$$

برای سادگی قیمت را ثابت و معادل 1 فرض می کنیم:

$$\xrightarrow{\rho=1} \boxed{TR = gQ_t\left(1 - \frac{Q_t}{K}\right)} \text{ تابع درآمد}$$

صید پایدار جایی است که تغییر در رشد آبزیان صفر باشد. $\frac{dQ}{dt} = 0$

$$\frac{dQ}{dt} = 0 \to f(Q_t) = H(t) \Rightarrow gQ_t\left(1 - \frac{Q_t}{K}\right) = \alpha E Q_t$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{g}{\alpha}\left(1 - \frac{Q_t}{K}\right)} : \text{(تابع تلاش)میزان تلاش}$$

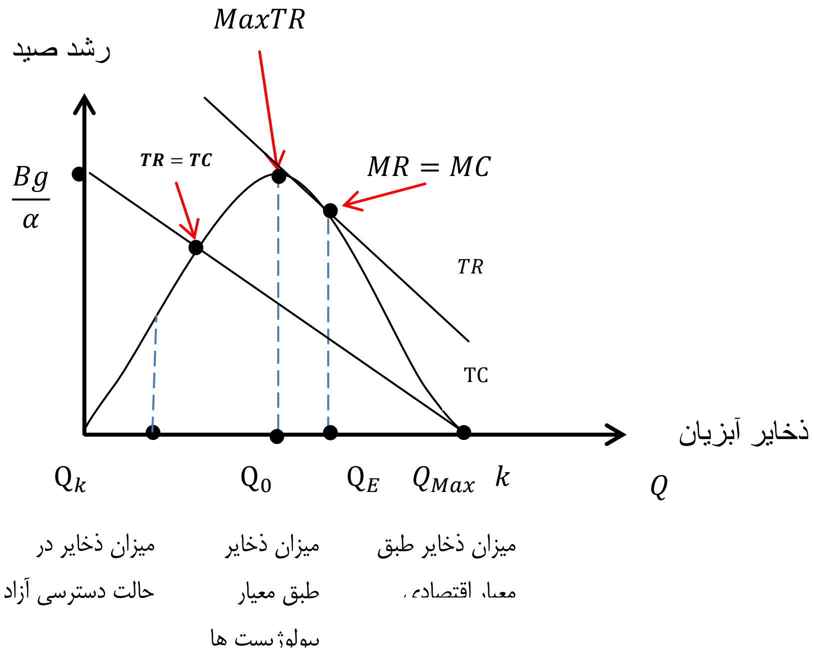
$$\frac{dQ}{dt} = 0 \to \text{رشدتابع} = \text{تابع صید}$$

حال تابع هزینه را به دست می آوریم:

$$TC = \beta E \xrightarrow{E=\frac{g}{\alpha}\left(1-\frac{Q_t}{K}\right)} TC = \beta . \frac{g}{\alpha}\left(1 - \frac{Q_t}{K}\right) \Rightarrow \boxed{TC = \frac{\beta g}{\alpha} - \frac{\beta g Q_t}{\alpha K}} \text{ تابع هزینه}$$

بنابراین هزینه ی صیادی تابع معکوسی از ذخایر آبزیان است.

$$TC = \frac{\beta g}{\alpha} - \frac{\beta g Q_t}{\alpha K} \begin{cases} TC = 0 \rightarrow Q_t = K \\ Q = 0 \rightarrow TC = \frac{\beta g}{\alpha} \end{cases}$$ تابع هزینه



دسترسی آزاد R=0⟵TR=TC نقطه ی Q_K

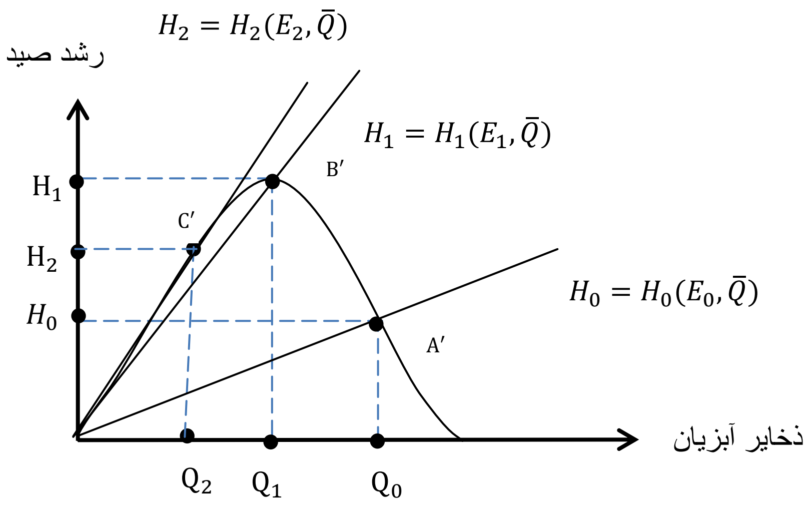
در حالت خصوصیبا اقتصادیMaxR⟵MR=MC نقطه ی Q_E

حالت معیار بیولوژیست ها MaxTR نقطه ی Q_0

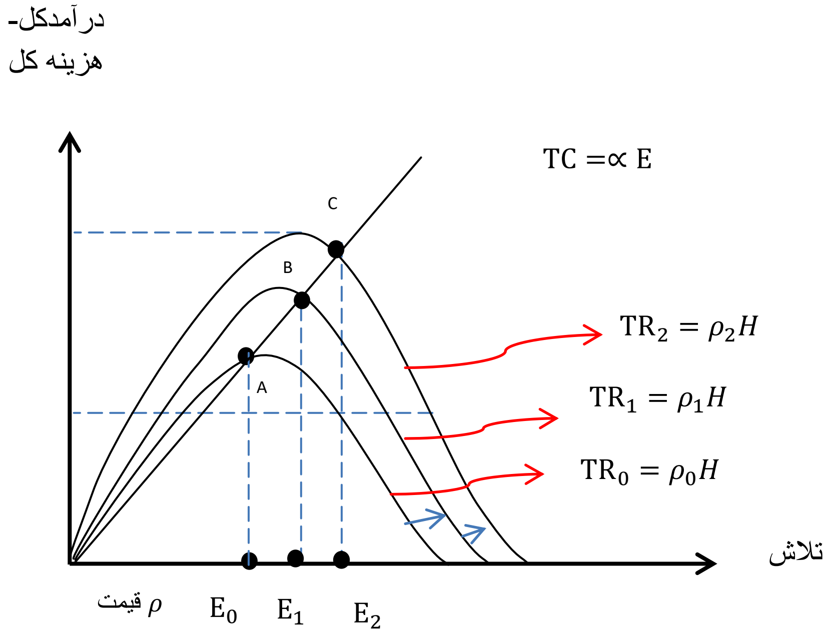
منحنی عرضه ی آبزیان در حالت دسترسی مشترک (آزاد):

در حالت دسترسی آزاد مقدار صید یا مقدار تلاش در جایی تعیین می شود که درآمد کل برابر با هزینه ی کل باشد TR=TCیعنی رانت اقتصادی (سود) صفر می باشد.

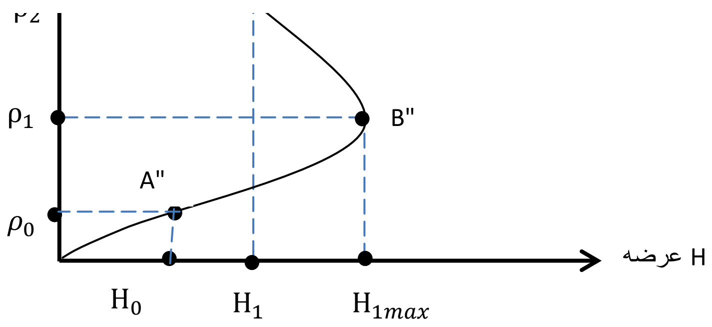
رابطه صید ماهی با قیمت: (در حالت ایستا بررسی شده است.)



شکل (1) : اثر افزایش تلاش بر صید و ذخایر آبزی



شکل (2) : اثر افزایش قیمت آبزی بر تلاش



شکل (3) : منحنی عرضه ی آبزیان

طبق شکل 2: اگر قیمت آبزیان ρ_0 باشد در نقطه یA میزان تلاش برابر با E_0 است. و طبق شکل 1 در نقطه ی E_0 میزان صید معادل H_0 و ذخایر آبزیان Q_0 می باشد.

حال اگر قیمت ρ_0 به ρ_1 افزایش یابد در شکل 1 منحنی درآمد کل به سمت بالا چرخش می کند اما چون در E_0 اکنون با قیمت های افزایش یافته سود به وجود می آید. لذا میزان تلاش افزایش میابد تا رانت صفر گردد تلاش تا سطح E_1 بالا می رود. در شکل 1 با افزایش تلاش به سطح E_1 منحنیH به سمت بالا چرخش کرده و به H_1 و ذخایر به Q_1 خواهد رسید.

حال اگر قیمت آبزیان از ρ_1 به ρ_2 افزایش یابد مجدداً تابع درآمد کل بالا رفته و در E_1 فعالیت صیادی با رانت صفر می شود. و افزایش تلاش (ورود صیادان جدید) تا جایی افزایش میابد تا رانت صفر شود و تلاش صیادی به نقطه ی E_2 برسد.

در شکل 1 با افزایش تلاش مجدداً منحنی صید به سمت چپ و بالا منتقل شده و به H_2 می رسد. در این حالت مقدار صید به H_2 کاهش میابد و ذخایر در نقطه ای مانند β' به حداکثر خود می رسد. لذا با افزایش تلاش نمی توان همواره انتظار افزایش صید را هم داشت.

در شکل 3 همان طور که ملاحظه می گردد منحنی عرضه ی آبزیان در حالت دسترسی آزاد داراییک نقطه بازگشت است.

با افزایش قیمت همواره مقدار صید افزایش نمییابد بلکه در قیمت ρ_1 حداکثر صید به دست می آید که معادل H_1 است. اما اگر قیمت از ρ_1 بیشتر شود به دلیل فشاری که بر ذخایر آبزیان وارد می شود دخایر کاهش میابد قیمت ρ_1 را قیمت بحرانی می گویند.

از طریق ریاضی معادله ی عرضه ی آبزیان در حالت دسترسی آزاد از شرایط زیر به دست می آید.

قیمت =هزینه متوسط $P = AC$

$f(Q) = H$ صید= رشد

پویایی های بهره برداری منابع طبیعی:

بنگاهیرا در نظر بگیرید که در دوره های زمانی مختلف به فعالیت ماهیگیری مشغول است و فعالیت هایی کاملاً عقلایی انجام می دهد.

هدف بنگاه حداکثر کردن ارزش فعلی منابعی است که در طول سود آن فعالیتش به دست می آورد.

گسسته: $PV = \sum_{T=0}^{n} \frac{V_t}{(1+i)^t}$

پیوسته: $PV = \int_0^{\infty} V_t . e^{-it}\, dt$

i نرخ بهره ، V منافع

فرض می کنیم که هزینه بهره برداری :

- تابعی مثبت از مقداربهره برداریR
- تابعی منفی از مقدار ذخایر منابع طبیعیS

$$C_t = C(R_t, S_t)$$

R_t:مقدار بهره برداری

S_t:مقدار ذخایر منابع طبیعی

$$C_R = \frac{\partial C_t}{\partial R} > 0$$

$$C_S = \frac{\partial C_t}{\partial R} < 0$$

یعنی هر چقدر میزان بهره برداری بیشتر باشد هزینه بیشتر و هر چقدر موجودی بیشتر باشد هزینه کمتر است.

بنگاه ماهیگیری می خواهد با استفاده از حداکثر کردن ارزش فعلی منافع منابع طبیعیتحت تملک خود مقدار صید دوره ی فعلی و مقدار صید دوره ی آینده را تعیین کند.

در صورتی که قیمت بازاری منابع طبیعی (P) و قیمت خالص $\rho = \mathrm{P} - \mathrm{C}$

هزینه ی نهایی$(C = \frac{C}{R})$(هزینه ی متوسط) – قیمت بازار = قیمت خالص

اگر بنگاه یک واحد صید داشته باشد بازده صید برابر با $i\rho$:

$$i\rho = (\text{قیمت خالص} \times \text{نرخ بهره})$$

از طرف دیگر منافع سرمایه گذاری در منابع طبیعی شامل موارد زیر می باشد(عدم صید):

1– تغییر قیمت : یک واحد ذخیره می تواند ارزش معادل $\frac{d\rho}{dt}$ ایجاد کند.

2– با افزایش هر واحد اضافی ذخایر منابع طبیعی هزینه های بهره برداری برابر $\frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{S}}$ کاهش میبابد.

3– هر واحد اضافی ذخیره با نرخ $\frac{dQ}{dS}$ رشد می کند که ارزش خالص آن $\rho \,.\left(\frac{dQ}{dS}\right)$ است.

- اگر $i\rho < \frac{d\rho}{dt} - \frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{S}} + \left(\frac{dQ}{dS}\right).\rho$ صید انجام نمی شود. چون بازده صید نکردن از بازده صید کردن بیشتر است.
- اگر $i\rho > \frac{d\rho}{dt} - \frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{S}} + \left(\frac{dQ}{dS}\right).\rho$ صید انجام می شود. چون بازده صید کردن از بازده صید نکردن بیشتر است.
- اگر $i\rho = \frac{d\rho}{dt} - \frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{S}} + \left(\frac{dQ}{dS}\right).\rho$ صید کردن یا صید نکردن به یک میزان بازده دارند.

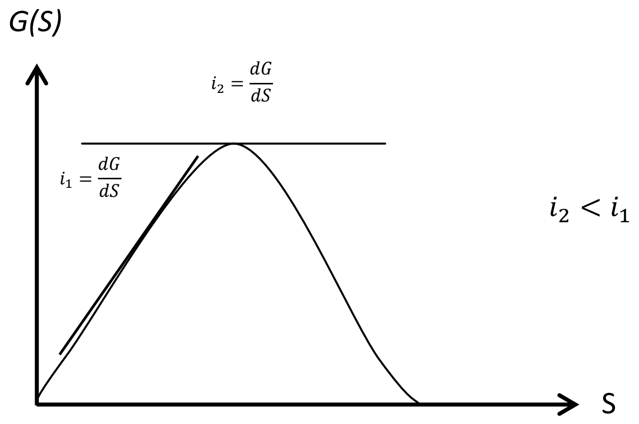
قاعده ی بهره برداری هتلینگ $$i = \frac{\frac{d\rho}{dt}}{\rho} - \frac{\frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{S}}}{\rho} + \frac{dQ}{dS}$$

رشدموجودی+هزینه های مربوط به سطح ذخیره–درصدرشدقیمت ناخالص= i

نرخ بازده سرمایه گذاری در منابع طبیعی برابر است با نرخ سرمایه گذاری در بخش های دیگر اقتصادی، همچنین بازده سرمایه گذاری در منبع طبیعی تجدید شدنی برابر است با :

رشدموجودی+هزینه های مربوط به سطح ذخیره—درصدرشدقیمت ناخالص

در حالت ایستا $\frac{d\rho}{dt} = 0$ است و همچنین فرض می شود $\frac{\partial C}{\partial S} = 0$ باشد یعنی اینکه موجودی روی هزینه تأثیر ندارد. بنابراین در حالت ایستا خواهیم داشت:

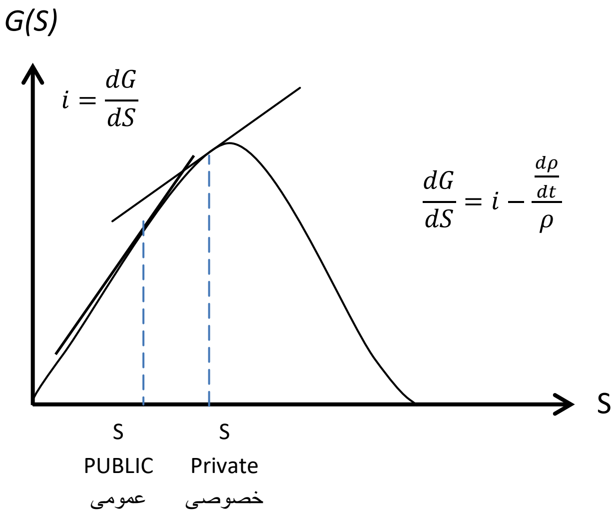


وقتی نرخ بهره کاهش می‌یابد سطح موجودی افزایش می‌یابد.

وقتی بهره برداری آزادانه منابع طبیعی کنترل شود و هزینه ها بستگی به مقدار موجودی ندارد نتایج زیر قابل استخراج است.

1) حداکثر ارزش فعلی سود خصوصی تنها تعادلی است که نرخ رشد منبع با نرخ بهره برابر باشد.
2) با توجه به اینکه بهره برداری خصوصی باعث می شود که قیمت خالص منبع طبیعی مثبت و در بهره برداری عمومی قیمت خالص صفر است. بنابراین مقدار موجودی بهره برداری خصوصی بیشتر از مقدار موجودی بهره برداری عمومی است.

$$i = \frac{\frac{d\rho}{dt}}{\rho} + \frac{\partial G}{\partial S} \Rightarrow \frac{dG}{dS} = i - \frac{\frac{d\rho}{dt}}{\rho}$$



عوامل مؤثر بر انقراض گونه های مختلف آبزی:

1) برداشت بهینه اقتصادی
2) افزایش قیمت خالص منبع طبیعی
3) بهره برداری آزاد منابع
4) کاهش هزینه های بهره برداری
5) افزایش نرخ بهره
6) کاهش نرخ رشد موجودی

اثبات ریاضی قاعده هتلینگ

استخراج برنامه بهره برداری بهینه اجتماعی با فرض این که r نرخ تنزیل مصرف اجتماعی است.

هدف حداکثر کردن منافع خالص اجتماعی تنزیل شده در یک افق زمانی نامحدود با توجه به محدودیت رشد منبع طبیعی است.

$$Max\int_0^{\infty}[\beta(R_t)-C(R_t,S_t)]e^{-rt}dt$$

$$\frac{dS}{dt}=G(S)-R_t$$

$\beta(R_t)$: منافع اجتماعی حاصل از بهره برداری از منبع طبیعی

$C(R_t,S_t)$: هزینه حاصل از بهره برداری منبع طبیعی

S_t : موجودی ذخایر

R_t : میزان صید یا میزان بهره برداری از منبع

$$H_t=\beta(R_t)-C(R_t,S_t)+\lambda_t(G(S_t)-R_t)$$

1) $$\frac{\partial H_t}{\partial R_t}=0\Rightarrow\frac{d\beta_t}{dR_t}-\frac{\partial C_t}{\partial R_t}-R_t=0$$

2) $$\dot{\lambda}=\frac{\partial\lambda_t}{\partial t}=r\lambda-\frac{\partial H_t}{\partial S_t}=r\lambda_t+\frac{\partial C_t}{\partial S_t}-\lambda_t\frac{\partial G(S_t)}{\partial S_t}$$

3) $$\frac{dS}{dt}=G(S_t)-R_t$$

معادله ی 1 ارتباط بین قیمت خالص یا حق امتیاز بهره برداری از منبع، قیمت ناخالص و هزینه نهایی را نشان می دهد.

معادله 2 شرط بهره برداری کارآمد هوتلینگ برایبک منبع طبیعی است.

معادله 3 معادله ی رشد بیولوژیکی است که بستگی به مقدار بهره برداری دارد.

فرض می کنیم که یک تابع تقاضای معکوس به صورت $P_t=P(R_t)$ برای منبع طبیعی وجود دارد:

$$\frac{d\beta_t}{dR_t} = P_t$$

$$r = \rho_t - \frac{\partial C_t}{\partial R_t}$$

این معادله نشان می دهد که قیمت خالص (بهره مالکانه نهاییبا حق امتیاز نهایی) با قیمت ناخالص (بازار) منهای هزینه ی نهایی هر واحد از منبع طبیعی بهره برداری شده برابر است.

در تعادل اشیاییکنواخت قیمت خالص در طول زمان رشد نمی کند. $\frac{\partial \lambda}{\partial t} = 0$

$$r\lambda = \lambda \frac{dG}{dS} - \frac{\partial C}{\partial S} \Rightarrow \boxed{r = \frac{dG}{dS} - \frac{\frac{\partial C}{\partial S}}{\lambda}}$$

حداکثر کردن ارزش فعلی بهره برداری خصوصی در یک بازار رقابتی با حقوق مالکیت قانونی:

$$Max \int_0^\infty \{V(R_t) - C(R_t, S_t)\} e^{-it} dt$$

$$\frac{dS}{dt} = G(S_t) - R_t$$

$$H = V(R_t) - C(R_t, S_t) + \lambda_t (G(S_t) - R_t)$$

$$\frac{\partial H_t}{\partial R_t} = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dR_t} - \lambda_t - \frac{\partial C}{\partial R_t} = 0$$

$V = PR$ در بازار رقابت کامل $P = \frac{dV}{dR} \Leftarrow$

شرایط حداکثر سود در بازار رقابت کامل همانند حالتی است که بهینه اجتماعیبا برابری نرخ تنزیل اجتماعی و نرخ بهره خصوصی به دست آمده است.

$$\lambda = P - \frac{\partial C}{\partial R_t}$$

حداکثر کردن ارزش فعلی بهره برداری در یک بازار انحصاری :

$$V = P(R)R \Rightarrow \frac{dV}{dR} = \frac{dP}{dR}.R + P(R)$$

$$\frac{\partial H}{\partial R} = 0 \Rightarrow \frac{dV}{dR} = \lambda + \frac{\partial C}{\partial R} \Rightarrow R\frac{dP}{dR} + P = \lambda + \frac{\partial C}{\partial R} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} P_m = \lambda + \frac{\partial C}{\partial R} - R\frac{dP}{dR} \text{ انحصاری} \\ P_c = \lambda + \frac{\partial C}{\partial R} \text{ رقابتی} \end{cases} \xRightarrow{\frac{dP}{dR}<0} P_m > P_C$$

قیمت بازار انحصاری بیش از قیمت بازار رقابتی است و بهره برداری و فروش نیز در بازار انحصاری کمتر از بازار رقابتی است. مقدار موجودی و ذخیره منبع طبیعی در بازار انحصاری بیش از بازارهای رقابتی است.

الگوی ساده تخلیه بهینه منابع طبیعی:

1) اقتصاد و تابع تولید

اقتصادی در نظر بگیرید که یک محصول همگن (y) که یا مصرف و یا سرمایه گذاری می شود، تولید می کند. سرمایه گذاری انباشتن سرمایه و افزایش مصرف دوره های بعدی را در پی داشت. در این الگو فقط یک منبع طبیعی پایان پذیر (R) وجود دارد.

$$y = f(K, L, R)$$

K : سرمایه

L : نیروی کار

R :منبع طبیعی تجدید شدنی

انواع توابع تولید:

تابع *Cobb-Douglas*

$$1) \quad y = AK^{\alpha}L^{\beta}R^{\gamma}, \qquad A, \alpha, \beta, \gamma > 0$$

تابع *constant elasticiaty of substitution (CES)*

$$2) \qquad y = A\left[\alpha K^{-\theta} + \beta L^{-\theta} + \gamma R^{-\theta}\right]^{-\frac{1}{\theta}},$$

$$A, \alpha, \beta, \gamma > 0 \qquad , \quad \alpha + \beta + \gamma = 1$$

تابع لئونتیف *Leon tief*

$$3) \qquad y = \mathrm{Min}[\alpha L, \beta K, \gamma R]$$

آیا منابع طبیعی زیست محیطی دارای اهمیت اساسی هستند؟

اهمیت اساسی از نظر :

- رضایت روحی انسان
- اکولوژی
- اقتصادی

ما فقط با یک مفهوم خاص سروکار داریم : آیا یک منبع طبیعی برای تولید ضروری است؟ به عنوان مثال نفت خام یک ماده حیاتی برای تولید بنزین، نفت سفید و پارافین است.

تعریف: یک نهاده در صورتی ضروری، با اهمیت و اساسی است که اگر مقدار آن صفر باشد (صرف نظر از مقدار سایر نهاده های به کار رفته) آنگاه تولید نیز صفر شود.

Rیک نهاده ضروری است.$\mathrm{y} = f(L, K, 0) = 0$

Rیک نهاده ضروری است.$\Longleftarrow CD$

Rیک نهاده ضروری است.$\Longleftarrow$***Leon tief***

تابع ***CES***

هیچ یک از نهاده ها ضروری نیستند. $0 < \theta$

تمام نهاده ها ضروری هستند.$0 > \theta$

اگر منبع طبیعییک نهاده ی ضروری باشد، آنگاه در صورتی مثبت خواهد بود که مقدار به کارگیری از نهاده مثبت باشد. بنابراین اگر یک منبع طبیعی پایان پذیر یک نهاده ضروری تولید باشد، تولید و مصرف نمی تواند به طور نامحدود پایدار باشد.به هر حال این موضوع بستگی به این دارد که تا چه حد می توان سایر منابع طبیعییا منابع سرمایه ای فیزیکی را جانشین این منبع کرده است.

کشش جنبشی بین R و K :

یک تابع را در نظر بگیرید که نهاده های مولد آن یک منبع طبیعی پایان پذیر R و یک نهاده K می باشد. با این فرض ساده می توانیم مباحث و نتایج خود را با استفاده از نمودار نشان دهیم.

$$\mathrm{y} = f(K, R)$$

نرخ فنی جانشینی***(TRS)Technical rate substitution*** شیب منحنی تولید یکسان را اندازه گیری می کند

$$TRS = \frac{dK}{dR}$$

ولی کشش جانشینی***Elasticity of substitution*** انحنای یک منحنی تولید یکسان را اندازه گیری می کند.

کشش جانشینی بین سرمایه و منبع طبیعی (δ) برابر است با درصد تغییر در نسبت سرمایه به منبع طبیعی پایان پذیر، نسبت به درصد تغییر در تولید نهایی سرمایه به تولید نهایی منبع طبیعی.

$$\delta = \frac{\frac{d\left(\frac{K}{R}\right)}{\frac{K}{R}}}{\frac{d\left[\frac{f_k}{f_R}\right]}{\frac{f_K}{f_R}}} = \frac{\partial \ln(\frac{K}{R})}{\partial \ln(TRS)}$$

f_K تولید نهایی سرمایه = $\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \mathrm{K}}$

f_R تولید نهایی منبع طبیعی= $\frac{\partial \mathrm{f}}{\partial \mathrm{R}}$

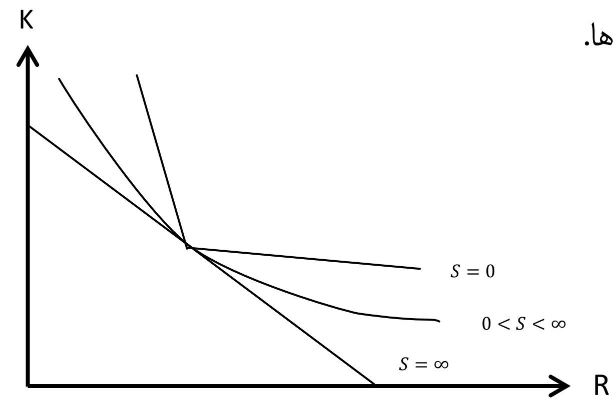
اگر منابع طبیعی در یک بازار رقابتی به طور کارآمد تخصیص یابند کشش جانشینی بین سرمایه و منبع طبیعی پایان پذیر به صورت زیر است:

$$\delta = \frac{d\left(\frac{K}{R}\right)}{\frac{K}{R}} / \frac{d\left(\frac{P_K}{P_R}\right)}{\frac{P_K}{P_R}}$$

P_K : قیمت سرمایه

P_R : قیمت منبع طبیعی

به عبارت دیگر کشش جانشینی برابر است با درصد تغییر در نسبت سرمایه به منبع پایان پذیر در مقابل درصد تغییر در نسبت قیمت این نهاده ها.



در نمودار فوق منحنی های تولید یکسان را ملاحظه می کنید. منحنی تولید یکسان مکان هندسی ترکیبات مختلفی از نهاده های تولید است که سطح ثابتی از محصول را با ترکیب کارآمد نهاده ها نشان می دهد. هر سه منحنی تولید یکسان یک سطح ثابت از تولید ($\bar{y}$) را نشان می دهد. تفاوت در کشش جانشینی هر منحنی مشخص می باشد.

تابع تولید لئونتیف :

$$1) \quad \mathrm{y} = \min[\beta K, \gamma R] \quad \Rightarrow \quad \delta = 0$$

در این حالت کشش جانشینی بین نهاده ها وجود ندارد و برای تولید یک واحد محصول، نهاده ها با نسبت ثابتی ترکیب می شوند. منحنی تولید یکسان ***L*** شکل می باشد.

تابع تولید خطی:

$$2) \qquad y = \beta K + \gamma R \qquad \Rightarrow \ \delta = \infty$$

بنگاه هر کدام از نهاده ها را که ارزان تر باشد انتخاب می کند. منحنی های تولید یکسان به صورت خط مستقیم با شیب ثابت خواهند بود.

تابع تولید کاب– داگلاس :

$$y = K^{\beta} R^{\gamma} \quad \Rightarrow \quad \delta = 1$$

تابع تولید *CES* :

$$y = \left[\beta k^{-\theta} + \gamma R^{-\theta}\right]^{-\frac{1}{\theta}} \quad \Rightarrow \quad \delta = \frac{1}{1 + \theta}$$

پیامدهای کمیابی منابع طبیعی:

با ادامه برداشت و تخلیه منابع طبیعی پایان پذیر، قیمت این منابع نسبت به قیمت سرمایه افزایش مییابد. بنابراین، نسبت منابع طبیعی مورد استفاده به سرمایه کاهش مییابد و لذا تولید نهایی منبع طبیعی افزایش و تولید نهایی سرمایه کاهش خواهد یافت. مقدار این اثر جانشینی بستگی به مقدار کشش جانشینیδ بین این دو نهاده دارد. وقتی که δ بزرگ است کمیابی منابع طبیعی بی اهمیت است. اما کوچک بودن δ به این معناست که کمیابی منابع طبیعی دارای آثار منفی جدی بسیار بیشتری خواهد بود. هنگامی که $\delta = 0$ است هیچ امیدی برای جایگزینی وجود ندارد.

کشش جانشینی و پایداری:

قاعده پس انداز هارتویک: اگر بهره برداری و عایدی ناشی از استخراج منابع طبیعی پایان پذیر تماماً در بخش هایی که قابلیت باز تولید دارند (سرمایه های فیزیکی و انسانی) سرمایه گذاری شوند، آنگاه سطح تولید و مصرف در طول زمان ثابت باقی خواهند ماند.

اگر $\delta \geq 1$ آنگاه در غیاب پیشرفت فنی و فقدان رشد جمعیت، اگر از قاعده پس انداز هارتویک پیروی کنیم این امکان وجود دارد که سطح مصرف مثبت در یک افق نامحدود به طور پایدار برقرار باشد. اگر $\delta < 1$ در این صورت در طول زمان مصرف ثابت مثبت نخواهیم داشت مگر اینکه پیشرفت فنی به اندازه کافی رشد داشته باشد. اطلاع از کنش جانشینی برای سیاست گذاران اهمیت فراوانی دارد. مقادیر این کنش ها از ملاحظات نظری قابل استنتاج نمی باشد بلکه می توان از مشاهدات تجربی به این مقادیر دست یافت.

یک مثال کاربردی برای کشش جانشینی (در اقتصاد آمریکا)

مطالعه آلن مان *Alan Manne* (1979):

$$\mathrm{y} = \left[\mathrm{a}(k^{\alpha}L^{1-\alpha})^{-\theta} + b\left(E^{\beta}N^{1-\beta}\right)^{-\theta}\right]^{-\frac{1}{\theta}} \quad , \delta = \frac{1}{1+\theta}$$

K : سرمایه فیزیکی

L : نیروی کار

E : انرژی الکتریکی

N : انرژی غیر الکتریکی

کشش جانشینیδ میان دو نهاده انرژی (*E,N*) و دو نهاده دیگر (*L,K*) 25٪ برآورد شده است .

امکان جانشینی انواع منابع از نظر پارتا داگویتا (1993):

1- نوآوری باعث می شود تا هر منبع خاص برای منظوری خاص مورد استفاده قرار بگیرد. به طور مثال استفاده از زغال سنگ در تسویه *Pig-iron* آهن خام یا سرد

2- کشف و رواج مواد جدید مانند فیبرهای مصنوعی

3- ارتقاء و گسترش فن آوری که موجب افزایش بهره برداری بهینه از منابع می شود به طور مثال: استفاده زا ماشین های حفاری بسیار بزرگ که با رگه برداری از ذخایر مواد معدنی که از درجه خلوص کمتری برخوردار هستند موجب بهره برداری اقتصادی از این معادن می شوند.

4- اکتشافات فنی و علمی که هزینه فعالیت های کشف منابع را کاهش می دهد به طور مثال به پیشرفت در زمینه عکس برداری هوایی و زلزله شناسی

5- بهبود نوآوری و گسترش آن باعث افزایش کارایی استفاده از منابع طبیعی می شود در تولید برق بین سال های 1900 تا 1970، هزینه زغال سنگ مورد نیاز برای تولید یک کیلووات ساعت انرژی الکتریکی از 7 یولد به کمتر از 1 یولد کاهش یافته است.

6- استفاده از فنون جدید باعث می شود تا بتوانیم منابعی را کشف کنیم که علی رغم برخورداری از درجه خلوص اندک، ذخایر زیادی دارند. به طور مثال با استفاده از کف شناور می توانیم معادن سنگ سولفید با معیار کم را به یک روش کاملاً اقتصادی استخراج کنیم.

7- توسعه روش های بازیافت، باعث کاهش هزینه ها و افزایش ذخایر منابع می شود.

8- جانشینی ذخایر منابع طبیعی با عیار کم به جای منابع طبیعی با عیار بالا ولی پر هزینه

9- جایگزینی سرمایه های ثابت صنعتی به جای منابع طبیعی گران بها

فقط یک مورد از 9 موارد بالا دارای دیدگاه محدود است. این مورد جانشینی سرمایه های ثابت صنعتی به جای منابع طبیعی است.

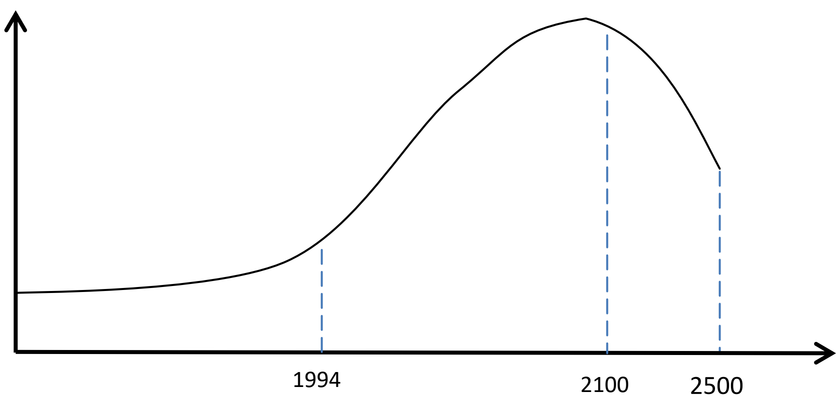
رشد جمعیت:

جمعیت یکی از عوامل مهم در ساخت الگوهای بلند مدت بهره برداری از منابع طبیعی می باشد. ساده ترین راه این است که فرض کنیم نرخ رشد جمعیت به طور برون زا تعیین می شود. یک فرض عمومی این است که جمعیت به طور نمایی و با نرخ لحظه ای n رشد می کند.

$$P_t = P_0 . e^{nt}$$

اگر بخشی از جمعیت که در بازار کار فعال هستند در طول زمان ثابت باقی بماند، می توان این نتیجه را گرفت که نیروی کار هم با نرخ نهایی n رشد می کند.

$$L_t = L_0 e^{nt}$$



براساس پیش بینی سازمان ملل در سال 1194، جمعیت جهان در سال 2100 به 11 میلیارد نفر خواهد رسید و پس از آن کاهش مییابد.

پیشرفت فنی:

بعضی از اقتصاددانان معتقد هستند که پیشرفت تکنولوژی بخشییا تمام اثرات استخراج شدید منابع طبیعی را خنثی می کند اما بعضی دیگر به توانایی تکنولوژی اعتقادی ندارند.

$$1) \quad y = f(K, L, R, t) \qquad \dot{y}_t = \frac{\partial y}{\partial t} > 0$$

معرفی صریح عامل زمان به عنوان یک متغیر در تابع تولید:

$$2) \qquad y = f(K, L, R, A(t))$$

$A(t)$: وضعیت فن آوری در زمان t

$$3) \qquad y = A(t)f(K, L, R)$$ پیشرفت فنی خنثی

$$4) \qquad y = f(AK, L, R)$$ پیشرفت فنی سرمایه اندوز

$$5) \qquad y = f(K, A(t)L, R)$$ پیشرفت فنی کار اندوز

$$6) \qquad y = f(K, L, A(t)R)$$ پیشرفت فنی منابع اندوز

تخصیص بهینه منابع طبیعی پایان پذیر :

قانون طلایی این است که هیچ نوع قانون طلایی وجود ندارد (برنارد شاو)

هدف این بخش بررسی شرایطی است که تحت آن تخصیص بهینه منابع طبیعی پایان پذیر امکان پذیر است. به طوری که تخصیص بهینه منابع باعث حداکثر شدن رفاه اجتماعی می شود. (تخصیص بهینه منابع در دوره های زمانی متوالی)

تابع رفاه اجتماعی:

گسسته :
$$w = u(c_0) + \frac{u(c_1)}{1+\rho} + \frac{u(c_2)}{1+\rho^2} + \cdots + \frac{u(c_t)}{1+\rho^t} \Rightarrow \sum_{t=0}^{T} \frac{u(c_t)}{(1+\rho)^t}$$

پیوسته :
$$w = \int_0^\infty e^{-\rho t} u(c_t)\, dt \qquad \text{معادله } 1$$

ρ نرخ تنزیل اجتماعی است.

زندگییک فرد نوعی به عنوان میانگین زندگی کل افراد در یک زمان خاص در نظر گرفته شده است.

فرضیات:

1) ذخایرمنابع طبیعی تا پایان دوره زمانی استخراج شده و به مصرف می رسد.
2) منبع طبیعی (R) ثابت با مقدار معلوم و با کیفیت یکسان وجود دارد.
3) هزینه استخراج صفر است.

$$S_t = S_0 - \int_{t=0}^{t=T} R_t dt$$:معادله2

R_t= استخراج در زمان t

S_0=کل موجودی منبع طبیعی

S_t=موجودی منبع در زمان

استخراج تجمیعی تا زمان t _ موجودی اولیه = کل موجودی منبع طبیعی

معادله 2 نشان می دهد که ذخیره باقی مانده در زمان t برابر است با مقدار ذخیره اولیه در زمان S_0 منهای استخراج منبع از زمان صفر تا زمان t

از معادله ی 2 نسبت به زمان دیفرانسیل می گیریم:

$$\dot{S}_t = R_t$$ معادله 3

نکته: «مشتق انتگرال برابر خود معادله انتگرال می شود.»

این معادله به عنوان محدودیت ذخیره منبع پایان پذیر شناخته می شود.

معادله 3 بیان می کند که نرخ تخلیه منبع طبیعی برابر است با میزان برداشت موجودی منبع طبیعی.

$$Q_t = C_t + I_t \Rightarrow I_t = Q_t - C_t$$

$$\dot{K}_t = Q_t - C_t$$

معادله 4 $\dot{K}_t = Q(K,R) - C_t \Rightarrow I_t = \dot{K}_t$

$$Max \int_0^{\infty} u(c_t)e^{-\rho t}\, dt$$

$$s.t \qquad \dot{S}_t = -R_t$$

$$\dot{K}_t = Q(K,R) - C_t$$

Q_t:تولید

C_t:مصرف

K_t:موجودی سرمایه

I_t: سرمایه گذاری

R:منبع طبیعی

هامیلتونی $H = u(c_t)e^{-\rho t} + \rho(-R_t) + w(Q(K,R) - C_t)$

K=متغیرهای وضعیت

ρ=قیمت سایه ای منبع طبیعی

R_t, C_t=متغیرهای کنترل

w=قیمت سایه ای سرمایه

شرایط (نتایج) حل مسئله فوق به شکل زیر است:

قاعده ی هوتلینگ برای منابع تجدید ناپذیر:

معادله 5 $\dot{P} = \rho P$

رابطه ی 6: $\boxed{\frac{\dot{c}}{c} = \frac{r-\rho}{\alpha}} \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{c}}{c} = \frac{Q_K-\rho}{\alpha}}$

رابطه ی 7: $\rho_t = w_t Q_R$

تغییر متغیرها:

تولید نهایی منبع طبیعی : $Q_R = \frac{\partial Q}{\partial R}$

تولید نهایی سرمایه : $Q_K = \frac{\partial Q}{\partial K}$

کشش مطلوبیت نهایی نسبت به مصرف : $\alpha = \mathrm{C}\frac{\mathrm{u''(C)}}{u\prime(C)}$

مطلوبیت نهایی یعنی اینکه وقتی مصرف شما یک واحد تغییر می کند مطلوبیت چقدر تغییر میکند و کشش مطلوبیت نهایی نسبت به مصرف درصد تغییر در مطلوبیت نهایی را نسبت به درصد تغییر مصرف نشان می دهد.

ρ_t: قیمت سایه ای منبع طبیعی

w_t: قیمت سایه ای سرمایه ای فیزیکی

تفسیر قیمت سایه ای:

اگر برنامه ریزی اقتصادی از مکانیزم قیمت ها برای دست یابی به تخصیص بهینه منابع استفاده کند، آنگاه قیمت های سایه ای قیمت هایی خواهند بود که این شخص برای دستیابی به تخصیص بهینه و کارآمد منابع باید اختیار کند.قیمت های سایه ای بر حسب واحدهای مطلوبیت است نه درآمد پولی.

تفسیر قاعده ی هوتلینگ :

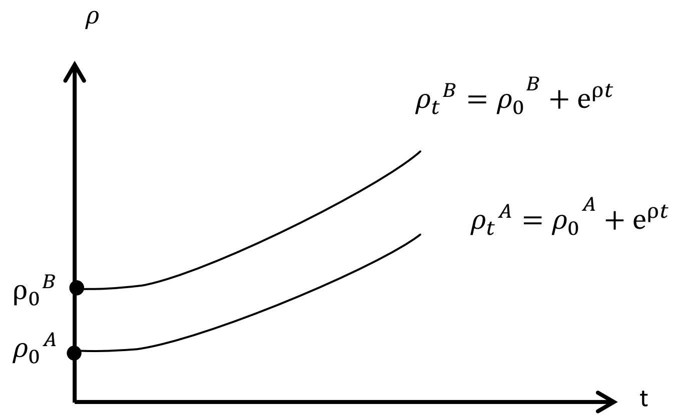
$$\dot{P} = \rho P \Rightarrow \frac{\dot{P}}{P} = \rho$$

نرخ رشد قیمت سایه ای منبع طبیعی با نرخ تنزیل مطلوبیت اجتماعی برابر است. این قاعده برای هر نوع منبع طبیعی پایان پذیر صادق است.

قاعده ی هوتلینگ شرط لازم برای کارایی است و معادلات 6 و 7 شروط کافی هستند.

$$\frac{\dot{P}}{P} = \rho \Rightarrow \rho_t = \dot{P}e^{\rho e}$$

مقدار نامحدودی از این مسیرهای قیمت کارآمد وجود دارد که قاعده ی هوتلینگ در مورد آنها صادق ولی سطح قیمت اولیه آنها مقداری متفاوت است، آن مسیر قیمت که معادلات 6 و 7 برای آن صادق است مسیر بهینه می باشد.



2 مسیر قیمت که قاعده ی هولتینگ برای آنها صادق است.

تفسیرمعادله 6: $\frac{\dot{c}}{c} = \frac{Q_K - \rho}{\alpha}$

در معادله ی بالا α همواره مثبت است. $\alpha > 0$

و اگر $Q_K > \rho$ باشد آنگاه $\frac{\dot{c}}{c} > 0$ می شود.

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{Q_K - \rho}{\alpha} \overset{\alpha>0}{\Longrightarrow} if\ Q_K > \rho\ \Rightarrow \frac{\dot{c}}{c} > 0$$

یعنی اگر تولید نهایی سرمایه از نرخ تنزیل مطلوبیت بزرگتر باشد آنگاه نرخ رشد مصرف صعودی خواهد بود.

حالت های دیگر:

$$Q_K = \rho\ \Rightarrow \frac{\dot{c}}{c} = 0$$

$$Q_K < \rho\ \Rightarrow \frac{\dot{c}}{c} < 0$$

سطح مصرف در طول زمان بستگی به مقدار نسبی تولید نهایی سرمایه و نرخ تنزیل اجتماعی دارد.

تفسیر معادله 7 : $\rho_t = w_t Q_R$

$$\rho_t = w_t Q_R \Rightarrow Q_R = \frac{\rho_t}{w_t}$$

قیمت نسبی منبع طبیعی $(\frac{\rho_t}{w_t})$ با تولید نهایی منبع طبیعی Q_R مساوی خواهد شد.

استفاده بهینه و کارآمد از منابع زیست محیطی:

قانون طلایی این است که هیچ نوع قانون طلایی وجود ندارد. (برنارد شاو)

مقدمه:

در این فصل چارچوبی برای تحلیل استفاده بین دوره ای از منابع طبیعی ارائه می گردد. و شرایط کارآمد اقتصادی برای استخراج منابع طبیعی تجدید ناپذیر بررسی می گردد.

اهداف:

1- تعمیم یک الگوی ساده اقتصادی بر مبنای تابع تولید که در آن منابع طبیعی نهاده های تولید هستند.
2- تعیین شروط کارآمد اقتصادی برای استفاده از منابع طبیعی
3- بررسی تأثیر عواملی نظیر وجود اثرات بیرونی (آلودگی)- رشد فنی- رشد جمعیت بر تخصیص بهینه و کارآمد منابع طبیعی

قاعده ی هوتلینگ تعدیل شده : (با وجود هزینه های استخراج)

$$\dot{P} = \rho P + G_S w \qquad G_S = \frac{\partial C}{\partial S} < 0$$

نرخ رشد قیمت سایه ای منبع طبیعی در حالتی که هزینه های استخراج به مقدار موجودی بستگی دارد، نسبت به زمانی که مستقل از سطح موجودی است کمتر است.

$$\rho P = \dot{P} - G_S w$$

$\dot{P} - G_S w$: سود نهایی عدم استخراج یک واحد اضافی منبع طبیعی

ρP : هزینه نهایی استخراج یک واحد اضافی منبع طبیعی

- بنابراین در شرایط بهینه استفاده از منبع طبیعی، هزینه نهایی و منافع استفاده از منبع طبیعی در هر نقطه از زمان باید با هم برابر باشند.

ρP : هزینه نگهداری منبع طبیعی نام دارد.

زیان های ناشی از استخراج از منبع طبیعی پایان پذیر در این بخش به بررسی نتایج تعمیم الگو، در حالتی که استفاده از منابع دارای زیان های زیست محیطی است می پردازیم. فرض شده است که در هر فاصله ی زمانی مقدار منبع طبیعی مصرف شده با مقدار استخراج همان منبع برابر باشد.

تابع خسارت یا زیان های زیست محیطی:

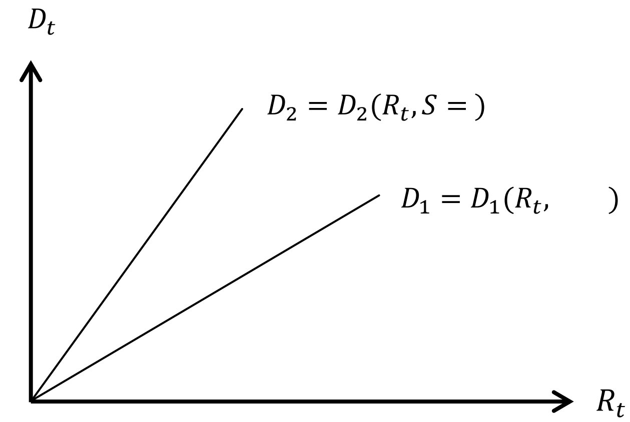
$$D = D(R_t, S_0 - S_t)$$

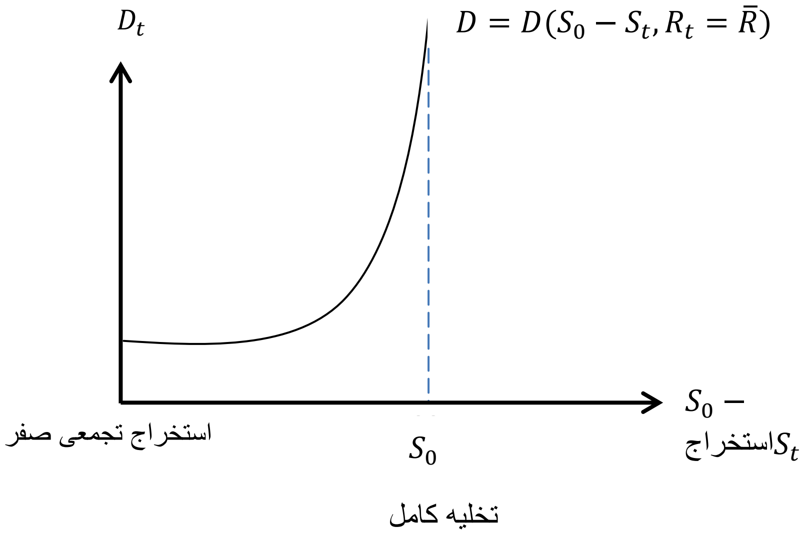
D شامل هزینه های داخلی استخراج منبع طبیعی نمی باشد.

$S_0 - S_t$: کل استخراج انباشته شده منبع طبیعی تا زمان t می باشد و S_t موجودی در زمان t است.

در تابع بالا:

$$\frac{\partial D_t}{\partial R_t} > 0 \quad , \frac{\partial D_t}{\partial (S_0 - S_t)} > 0 \Rightarrow \frac{\partial D_t}{\partial S_t} < 0$$





این نمودار از منبع نمی گذرد زیرا حتی زمانی که استخراج منبع طبیعی نزدیک به صفر است کل زیان ناشی از استخراج منبع و استفاده از آن باید مثبت باشد.

قاعده ی هوتلینگ: (با وجود هزینه های استخراج و تابع زیان ناشی از استخراج)

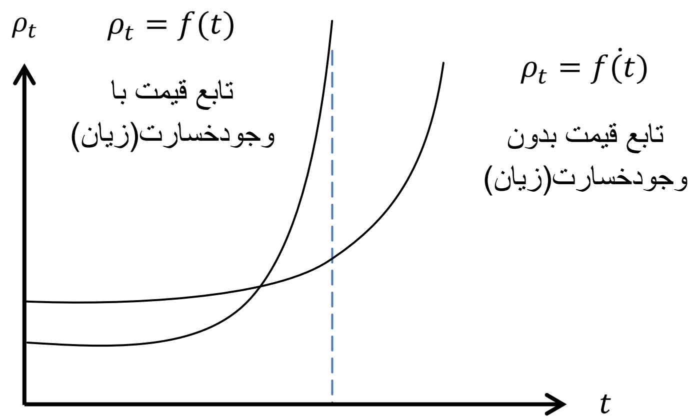
$$\dot{P} = \rho \mathrm{P} + C_S w - D_S w$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{P}}{P} = \rho + \frac{C_S w}{\rho} - \frac{D_S w}{\rho}$$

در تابع بالا:

$$C_S = \frac{\partial \mathrm{C}}{\partial \mathrm{S}} < 0 \qquad D_S = \frac{\partial \mathrm{D}}{\partial \mathrm{S}} < 0$$

نمودار قیمت خالص منبع طبیعی وقتی که زیان های زیست محیطی به سطح موجودی بستگی داشته و یا وابسته به سطح موجودی نباشد:



در حالتی که سطح استخراج و استفاده از منبع طبیعی باعث زیان زیست محیطی می شود، قیمت در طول زمان سریع تر افزایش میبابد(تابع قیمت با وجود زیان).

استخراج شرایط بهینه بهره برداری از یک منبع پایان پذیر:

$$w = \int_{t=0}^{t=\infty} u(c_t)e^{-\rho t}\, dt$$

ρ_t : قیمت سایه ای منبع طبیعی

w_t : قیمت سایه ای سرمایه

$$S_t{}^0 = -R_t$$

$$K_t{}^0 = Q(K_t, R_t) - C_t$$

$$H_t = u(C_t) + P_t(-R_t) + w_t(Q(K_t, R_t) - C_t)$$

$$P_t{}^0 = \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \mathrm{t}} = \rho P_t - \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{S}} \Rightarrow \boxed{P_t{}^0 = \rho P_t} \qquad (1$$

$$w_t{}^0 = \frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{t}} = \rho w - \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \mathrm{K}} \Rightarrow \boxed{w_t{}^0 = \rho w_t - Q_K w_t} \qquad (2$$

$$\frac{\partial \mathrm{H}_t}{\partial R_t} = 0 \Rightarrow -P_t + w_t Q_R = 0 \qquad (3$$

$$\frac{\partial \mathrm{H}_t}{\partial C_t} = 0 \Rightarrow u'(C_t) - w_t = 0 \qquad (4$$

کشش مطلوبیت نهایی با درصد تغییرات در مطلوبیت نهایی نسبت به درصد تغییر در مصرف:

$$\text{کشش}\eta = -\frac{\frac{\partial Mu}{Mu}}{\frac{\partial C}{C}}$$

$$\Rightarrow \eta = -\frac{\partial Mu}{\partial C}.\frac{C}{Mu} \xrightarrow{Mu=u'(C)} \frac{\partial Mu}{\partial C} = \frac{C}{u'(C)}$$

$$\xrightarrow{\frac{\partial Mu}{\partial C}=u"(C)} u"(C) = \frac{C}{u'(C)}$$

$$\Rightarrow \eta = -\frac{u"(C).C}{u'(C)} \xrightarrow{u'(C)=wt} u'(C_t) = w_t$$

$$\Rightarrow \frac{\partial w_t}{\partial u} = {w_t}^0 \Rightarrow \frac{\partial u'(C_t)}{\partial C_t}.\frac{\partial (C_t)}{\partial t} \Rightarrow {w_t}^0 = u"(C_t).C^0 \quad (5$$

از معادله ی 2 داریم:

$${w_t}^0 = (\rho - Q_K)w \Rightarrow u"(C_t).C^0 = (\rho - Q_K)w$$

از معادله ی 4 داریم:

$$w_t = u'(C_t) \Rightarrow u"(C_t).C^0 = (\rho - Q_K)u'(C_t)$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین بر }C\text{را می کنیم}} \frac{u"(C_t).C^0}{C} = \frac{(\rho - Q_K)u'(C_t)}{C} \Rightarrow$$

$$\frac{C^0}{C} = \frac{1}{\frac{u"(C_t).C}{u'(C_t)}}.(\rho - Q_K) \Rightarrow \frac{C^0}{C} = \frac{Q_K - \rho}{\eta}$$

کالای عمومی، عوامل بیرونی و اقتصاد آلودگی:

کالای عمومی: کالای عمومی دارای 2 خصوصیت است:

1- رقابت ناپذیری (*Non rivalry*):

استفاده و مصرف یک نفر، مانع استفاده و مصرف فرد دیگری نمی شود. یعنی کالای عمومی کم شدنی (*Depletable*) نیست.

2- تفکیک ناپذیری: اگر نتوان افراد را در صورت عدم پرداخت هزینه ها از استفاده منع کرد کالا تفکیک ناپذیر می باشد.

	تفکیک پذیر	تفکیک ناپذیر
رقابت پذیر	کالاهای خصوصی نان، لباس ...	بزرگراه های پرترافیک رایگان- پارک های عمومی
رقابت ناپذیر	کالاهای عمومی نوع 2 اینترنت، تلوزیون های باکد	هوای پاک- امنیت ملی- نور خورشید

عدم کارایی بازار در تولید کالاهای عمومی :

- ارزشی که افراد برای استفاده از کالای عمومی قائلند به آسانی قابل اندازه گیری نیست.
- مصرف کنندگان ارزش گذاری خود را آشکار نمی کنند.

سواری مجانی *Freeriding* :

بعضی از مردم نمی خواهند سهم خود را از مصرف کالای عمومی بپردازند و تمایل دارند بدون پرداخت وجه از کالای عمومی استفاده کنند. مشکل سواری مجانی موجب تخصیص ناکارآمد می شود.

فرض کنید دو جواهر فروشی در یک پاساژ وجود دارد. یک نگهبان برای تأمین امنیت شب برای این دو فروشگاه لازم است. ابتدا فرض کنید این دو فروشگاه مستقل از هم تصمیم می گیرند. استخدام نگهبان برای هر فروشگاه 70 تومان عایدی دارد اما هزینه آن معادل 100 تومان است.

نتایج تصمیمات مستقل دو فروشگاه در مورد استخدام:

فروشنده ی B

فروشنده ی A

	نگهبان بگیرد	نگهبان نگیرد
نگهبان بگیرد	(‎-30،-30) B A	(70،-30) B A
نگهبان نگیرد	(‎-30،70) B A	(0،0) B A

استراتژی مسلط فروشنده A: نگهبان نگیرد

⇐ در کل نگهبان گرفته نمی شود

استراتژی مسلط فروشنده B: نگهبان نگیرد

اگر قرار باشد دو فروشگاه مستقل از هم عمل نکنند یعنی این که قرار است فقط یک نگهبان استخدام کنند. در این حالت سهم هر کدام از هزینه 50 تومان و عایدی 70 تومان است.

استخدام تنها یک نگهبان

فروشنده ی B

		نگهبان بگیرد	نگهبان نگیرد
فروشنده ی A	نگهبان بگیرد	(20،20) B A	(70،-30) B A
	نگهبان نگیرد	(-30،70) B A	(0،0) B A

استراتژی مسلط برای هر دو فروشنده ⟵نگهبان نگیرند.

سواری مجانی در خیلی از موارد به تعطیلی تولید کالای عمومی منجر می شود.

رأی گیری ***Voting*** :

از آنجایی که دولت در شناسایی ترجیحات مصرف کنندگان با مشکل رو به رو است، ممکن است در تولید یک کالای عمومی به رأی اکثریت توسل جوید.

- هزینه اجرای سه طرح مساوی و برابر با 999 می باشد. بنابراین سهم هر فرد 333 تومان می باشد (فرد می شود جامعه ما 3 فرد A و B وc دارد).

ارزش گذاری افراد برای طرح های ترافیکی:

	طرح زوج و فرد(1)	طرح محدوده ترافیک (2)	طرح سهمیه بندی بنزین (3)
فرد A	500	800	380
فرد B	350	250	350
فرد C	170	180	14
ارزش اجتماعی	1020	1230	870
نتیجه رأی گیری	مثبت	منفی	مثبت

طرح 2 ⟵هزینه تولید< منفعت اجتماعی⇐کالای عمومی تولید نمی شود.

طرح 3 ⟵هزینه تولید > منفعت اجتماعی⇐کالای عمومی تولید می شود.

تقاضای کالای عمومی

فرض می کنیم دو مصرف کننده داریم که یک کالای خصوصی و یک کالای عمومی مصرف می کنند. در مورد کالای خصوصی با فرض بالا یک قیمت و 2 مقدار تقاضا داریم که تقاضای کل کالای خصوصی در جامعه= جمع افقی منحنی تقاضای افراد (1و2) می شود.

$Q_1 = f_1(p)$ و $Q_2 = f_2(p)$⇐$Q = Q_1 + Q_2$

عایدی نهایی اجتماعی= تابع تقاضای بازار

Q_1 : تقاضای فرد 1 ، Q_2 : تقاضای فرد 2

در مورد کالای عمومی یک مقدار و دو قیمت وجود دارد تابع تقاضای کل در جامعه برای کالای عمومی، جمع عمودی منحنی تقاضای افراد می شود.

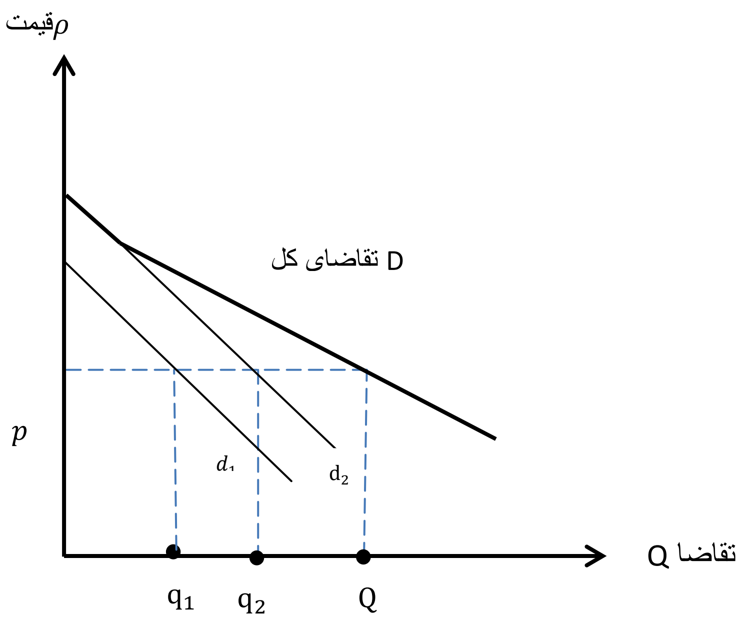
$p_1 = f_1(Q)$ (قیمتی که فرد1 برای کالای عمومی حاضر است پرداخت کند)

$p_2 = f_2(Q)$ (قیمتی که فرد2 برای کالای عمومی حاضر است پرداخت کند)

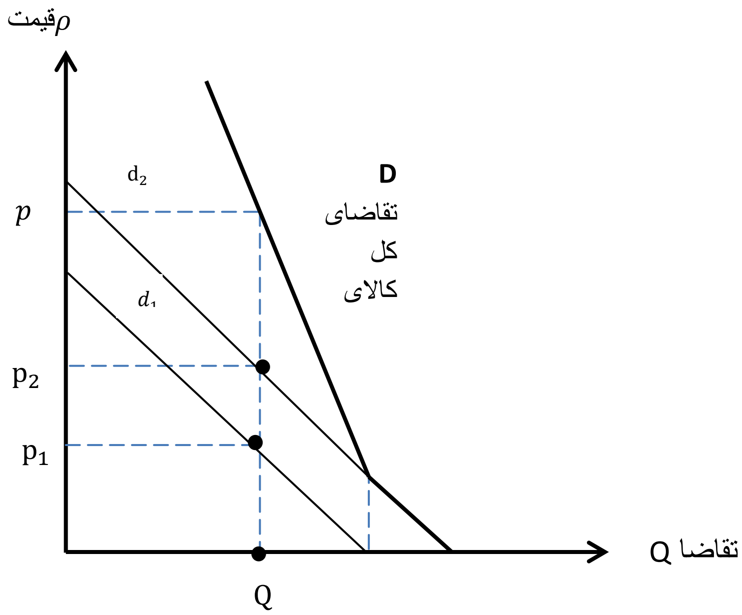
$= p_1 + p_2 = f(Q)$ قیمت p کل کالای عمومی

عایدی نهایی اجتماعی= جمع عمودی تقاضای افراد

تقاضای کل کالای خصوصی:



تقاضای کل برای کالای عمومی:



منحنی امکانات تولید با فرض ثابت بودن هزینه تولید دو کالایx وy نشان می دهد که افزایش تولید یک کالا چه مقدار تولید کالای دیگر باید کاهش بیابد. منحنی امکانات تولید نسبت به مبدأ مختصات مقعر است و معمولاً شیب آن منفی و فزاینده است.

تولید $T(x,y)=\bar{T} \Rightarrow \frac{\partial T}{\partial x}.dx+\frac{\partial T}{\partial y}.dy=0 \ \Rightarrow$

$$\frac{dy}{dx}=-\frac{\frac{\partial T}{\partial x}}{\frac{\partial T}{\partial y}}=MRPT_{yx}$$

هزینه $p_x.x+p_y.y=\bar{C} \Rightarrow \frac{dy}{dx}=-\frac{p_x}{p_y}$

شرط کارایی در تولید و مصرف کالاهای خصوصی عبارت است از:

$$MRPT_{yx}=MRS_{yx}=\frac{p_x}{p_y}$$

شروط کارایی در کالاهای عمومی:

1- $u_1 = u_1(x_1, y)$

2- $u_2 = u_2(x_2, y)$

3- $x_1 + x_2 = \bar{x}$

4- $T(x, y) = \bar{T}$

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1}.dx_1 + \frac{\partial u_1}{\partial \mathrm{y}}.d\mathrm{y} = 0 \ \Rightarrow \frac{dx_1}{dy} = -\frac{\frac{\partial u_1}{\partial \mathrm{y}}}{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}}$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_2}.dx_2 + \frac{\partial u_2}{\partial \mathrm{y}}.d\mathrm{y} = 0 \ \Rightarrow \frac{dx_2}{dy} = -\frac{\frac{\partial u_2}{\partial \mathrm{y}}}{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}$$

$$\frac{dx_1 + dx_2}{dy} = -\left[\frac{\frac{\partial u_1}{\partial \mathrm{y}}}{\frac{\partial u_1}{\partial x_1}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial \mathrm{y}}}{\frac{\partial u_2}{\partial x_2}}\right] \Rightarrow$$

$$\frac{dx}{dy} = -\left(MRS_{x_1y} + MRS_{x_2y}\right)$$

$$T(x, y) = \bar{T} \rightarrow \frac{\partial T}{\partial x}.dx + \frac{\partial T}{\partial y}.dy = 0 \ \Rightarrow \frac{dx}{dy} = -\frac{\frac{\partial T}{\partial y}}{\frac{\partial T}{\partial x}}$$

$$p_x.x + p_y.y = \bar{C} \Rightarrow p_x.dx + p.dy = 0$$

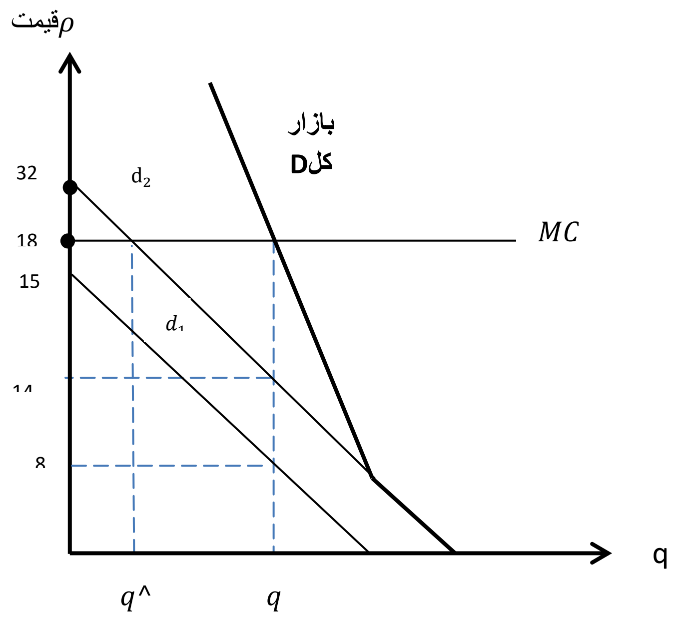
$$\Rightarrow \frac{dx}{dy} = -\frac{p_y}{p_x}$$

در نهایت شرط کارایی در تولید و مصرف کالای عمومی :

$$\sum_{i=1}^{n} MRS_{x_i y} = MRPT_{xy} = \frac{\rho_y}{\rho_x}$$

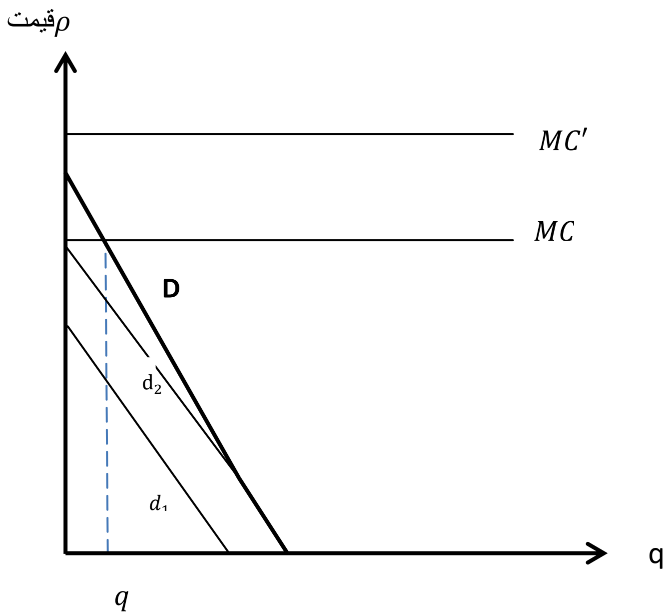
مجموع تمایل به پرداخت افراد برای کالای عمومی برابر است با هزینه فرصت تولید کالای عمومی، تمایل به پرداخت عبارت است از مقدار پولی که یک فرد حاضر است از دست بدهد تا یک واحد کالای عمومی به دست آورد.

سواری مجانی و عدم کارایی :



اگر فرد1 سواری شونده مجانی باشد و هزینه این کالا توسط فرد2 تأمین شود سطح تولید و مصرف این کالا مقدار ^q خواهد بود که این کالای عمومی^q توسط هر دو مصرف می شود و تنها فرد دوم بهای آن را می پردازد اما اگر فرد 1 هم ترجیحات خود را آشکار کرده و حاضر به پرداخت سهم خود شود منحنی تقاضای بازار این کالای عمومی منحنیD خواهد بود. در این صورت مقدار q از این کالای عمومی تولید می شود که

مقداری کاراست. مواردی هم هست که در آن مشکل سواری مجانی به تعطیلی تولید کالای عمومی منجر می شود.



چون مصرف کننده دوم به تنهایی حاضر به پرداخت هزینه ی کالای عمومی نیست این کالای عمومی تولید نمی شود.

جمع افقی تقاضا:

یک بنگاه انحصاری یک محصول تولید می کند که برای آن سه متقاضی وجود دارد. منحنی تقاضای آنها و منحنی هزینه بنگاه عبارت است از:

3 تقاضا داریم q_1, q_2, q_3 و یک قیمت p

$$p = 100 - 2q_1 \quad , p = 100 - 1q_2 \quad , p = 100 - 4q_3$$

$$TC = \frac{3}{7}q^2 + 5$$

قیمت و مقدار تعادلی این انحصارگر چقدر است؟

معادلات را بر حسب q می نویسیم:

$$q_1 = 50 + \frac{1}{2}p$$

$$q_2 = 100 - p$$

$$q_3 = 25 - \frac{1}{4}p$$

$$\xRightarrow{\text{مقدار تقاضای بازار}} q = q_1 + q_2 + q_3 \ \Rightarrow$$

$$q = 50 + \frac{1}{2}p + 100 - p + 25 - \frac{1}{4}p \ \Rightarrow q = 175 - 1/75p$$

$$p = 100 - \frac{4}{7}q \ \Rightarrow TR = p.q \Rightarrow TR = \left(100 - \frac{4}{7}q\right)q$$

$$\Rightarrow TR = \boxed{100q - \frac{4}{7}q^2}$$

$$MR = \frac{\partial TR}{\partial q} \Rightarrow \boxed{MR = 100 - \frac{7}{8}q}$$

$$MC = \frac{\partial TC}{\partial q} \Rightarrow \boxed{MC = \frac{6}{7}q} MR = MC \Rightarrow$$

$$100 - \frac{8}{7}q = \frac{6}{7}q \Rightarrow q = 50 \qquad p = \frac{4}{7}$$

جمع عمودی تقاضا:

تقاضا برای واحدهای تولیدکننده برق در ساعات پر مصرف و کم مصرف به ترتیب عبارت است از :

1تقاضایq و 2 قیمت p_o, p_p داریم.

$$p_p = 100 - 2q$$ اوج

$$p_0 = 60 - 3q$$ اوج غیر

هزینه ساخت هر واحد نیروگاه برابر است با 120 واحد پولی اگر صنعت برق از ساز وکار قیمت مقدار ساختار رقابتی پیروی کند. قیمت و مقدار تعادلی چقدر خواهد بود چون هزینه تولید آنها مشترک است و ظرفیت ساعات پر مصرف و کم مصرف یکسان است. منحنی تقاضای آنها را جمع عمودی می کنیم.

از صورت مسأله داریم:

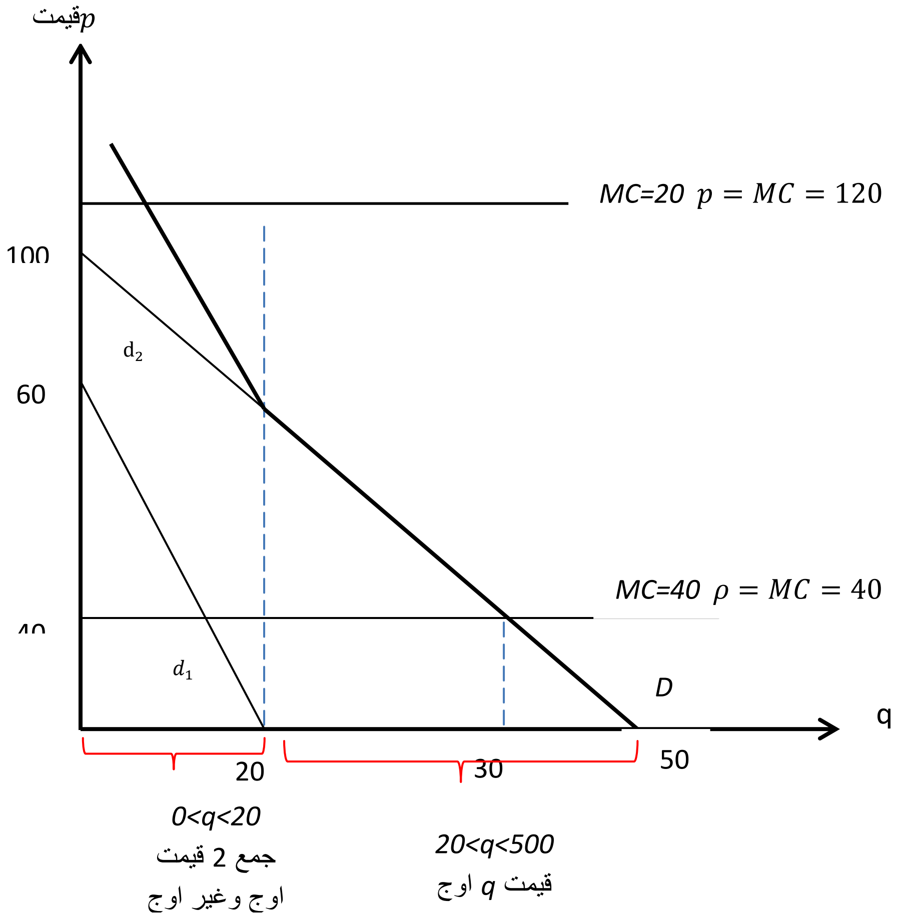
MC=120 و به خاطر رقابتی بودن $p = MC$ است.

$$\begin{cases} p = p_0 + p_p = 160 - 5q & 0 < q < 20 \\ p = p_p \Rightarrow 100 - 2q & 20 < q < 50 \end{cases}$$

$$p = MC \rightarrow 160 - 5q = 120 \Rightarrow q = 8 \Rightarrow \begin{cases} p_p = 84 \\ p_0 = 36 \end{cases}$$

اگر MC=40 بود $\Leftarrow 40 = p = MC$ می باشد.

$$p = MC \Rightarrow 100 - 2q = 40 \rightarrow q = 30 \rightarrow \begin{cases} p_p = 40 \\ p_0 = 0 \end{cases}$$



بازار کالای عمومی (تعادل لیندال):

کالای عمومی به روش کالاهای خصوصی در بازار خرید و فروش نمی شوند. کسی نمی تواند مقدار معینی از کالای عمومی را منحصراً در تصرف خود درآورد. اما این امکان وجود دارد که چارچوبی طراحی شود که تعادل برای کالای عمومی را در یک بازار فرضی مشخص سازد.

اقتصادی را در نظر بگیرید که در آن دو مصرف کننده، یک تولید کننده، یک کالای معمولی و یک کالای عمومی، یک نهاده اولیه وجود دارد.عامل اولیه هیچ مطلوبیتی برای مصرف کننده ایجاد نمی کند.

$$u_1 = u_1(q_{11}, q_2)$$

$$u_2 = u_2(q_{21}, q_2)$$

$$F(q_1, q_2, L) = 0 \qquad (1$$

$$L_1 + L_2 = L$$

$$q_{11} + q_{21} = q_1 \qquad (2$$

q_{11} : مصرف فرد 1 از کالای خصوصی

u_1 : مطلوبیت مصرف کننده اول

q_1 : کالای خصوصی است که از جمع مصرف فرد 1 و 2 به دست می آید.

q_{21} : مصرف فرد 2 از کالای خصوصی

q_2 : کالای عمومی

هر کدام از دو مصرف کننده تابع مطلوبیت $u_i = u_i(q_{i1}, q_2)$ را با توجه به محدودیت زیر حداکثر می کند.

$$p_1 q_{i1} + \alpha_i p_2 q_2 = wL_i \qquad 3, 4$$

α_i : سهم فرد iام از کالای عمومی. سهمی که از قیمت کالای عمومی که مصرف کننده iام می پردازد و $\alpha_1 + \alpha_2 = 1$ و w مقدار دستمزد و L_i مقدار عرضه ی کار مصرف کننده iام است.

دو مصرف کننده پس از بهینه یابی به روابط زیر دست مییابند.

$$\frac{\alpha_1 \rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{\partial u_1}{\partial q_2}}{\frac{\partial u_1}{\partial q_{11}}} \qquad (5$$

$$\xrightarrow{\text{جمع } 6,5} \frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{\partial u_1}{\partial q_2}}{\frac{\partial u_1}{\partial q_{11}}} + \frac{\frac{\partial u_2}{\partial q_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial q_{21}}}$$

$$\frac{(1-\alpha_1)p_2}{p_1} = \frac{\frac{\partial u_2}{\partial q_2}}{\frac{\partial u_2}{\partial q_{21}}} \qquad (6$$

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \qquad 7$$

رابطه بالا همان شرط کارآمد کالای عمومی است.

$\alpha_1 p_2$ و $(1-\alpha_1)p_2$ قیمت های لیندالی نامیده می شود. بنابراین تعادل کالاهای عمومی مجموعه ای از قیمت های لیندالی است که در آنها همه افراد مقدار یکسانی از کالای عمومی تقاضا می کنند.

$$\xrightarrow[\text{از } F(q_1,q_2,L)]{\text{دیفرانسیل می گیریم}} \frac{p_2}{p_1} = \frac{\frac{\partial F}{\partial q_2}}{\frac{\partial F}{\partial q_1}} \qquad (7$$

از حل دستگاه 7 معادله و هفت مجهول مقادیر q_1 و q_2 و q_{11} و q_{21} و ρ_2 و ρ_1 و α به دست می آید.

اثرات بیرونی، پیامدهای خارجی در تولید و مصرف:

این نتیجه گیری که رقابت کامل منجر به تخصیص های بهینه پارتویی می شود بر پایه ی این فرض استوار است که در مصرف و تولید، پیامدهای خارجی وجود نداشته باشد. یعنی اینکه سطوح مطلوبیت یک مصرف کننده بستگی به مقادیر مصرف دیگر مصرف کنندگان ندارد و یا اینکه هزینه کل یک تولیدکننده بستگی به میزان تولید دیگر تولیدکنندگان ندارد. اگر پیامدهای خارجی وجود داشته باشد حتی تحت شرایط رقابت کامل بهینه پارتو غیر قابل حصول است.

شرایط کارآمد مصرف بدون وجود اثرات برون ریز:

$$u_1 = u_1(q_{11}, q_{12})$$

$$\Rightarrow \frac{\frac{\partial u_1}{\partial q_{11}}}{\frac{\partial u_1}{\partial q_{12}}} = \frac{\frac{\partial u_2}{\partial q_{21}}}{\frac{\partial u_2}{\partial q_{22}}} = \frac{P_1}{P_2} \qquad (1$$

$$u_2 = u_2(q_{21}, q_{22})$$

توابع مطلوبیت وابسته به یکدیگر: (با اثرات برون ریز)

فرض کنید که سطوح مطلوبیت یک مصرف کننده بستگی به مصرف دیگری داشته باشد. برای به حداکثر رساندن مطلوبیت، مصرف کننده اول با توجه به این محدودیت که مطلوبیت مصرف کننده دوم در سطح از قبل تعیین شده $\overline{u_2}$ (ثابت است) باشد.

$$u_1 = u_1(q_{11}, q_{12}, q_{21}, q_{22})$$

$$u_2 = u_2(q_{11}, q_{12}, q_{21}, q_{22})$$

$$q_{11} + q_{21} = \overline{q_1} \rightarrow q_{21} = \overline{q_1} - q_{11}$$

$$q_{12} + q_{22} = \overline{q_2} \rightarrow q_{22} = \overline{q_2} - q_{12}$$

تابع زیر را تشکیل می دهیم:

$$\mathrm{L} = u_1(q_{11}, q_{12}, \overline{q_1} - q_{11}, \overline{q_2} - q_{12}) + \lambda[\overline{u_2} - u_2(q_{11}, q_{12}, \overline{q_1} - q_{11}, \overline{q_2} - q_{12})$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial q_{11}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial q_{11}} - \frac{\partial u_1}{\partial q_{21}} + \lambda[-\frac{\partial u_2}{\partial q_{11}} + \frac{\partial u_2}{\partial q_{21}}] = 0$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial q_{12}} = 0 \Rightarrow \frac{\partial u_1}{\partial q_{12}} - \frac{\partial u_1}{\partial q_{22}} + \lambda[-\frac{\partial u_2}{\partial q_{12}} + \frac{\partial u_2}{\partial q_{22}}] = 0$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow u_2(q_{11}, q_{12}, \overline{q_1} - q_{11}, \overline{q_2} - q_{12}) = \overline{u_2}$$

رابطه شرط بهینه :

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial q_{11}} - \frac{\partial u_1}{\partial q_{21}}}{\frac{\partial u_1}{\partial q_{12}} - \frac{\partial u_1}{\partial q_{22}}} = \frac{\frac{\partial u_2}{\partial q_{11}} - \frac{\partial u_2}{\partial q_{21}}}{\frac{\partial u_2}{\partial q_{12}} - \frac{\partial u_2}{\partial q_{22}}}$$

فرض می کنیم در این مورد خاص تنها یک اثر خارجی وجو داشته باشد، در این حالت خواهیم داشت:

$$\frac{\partial u_2}{\partial q_{11}} < 0$$

مصرف فرد 1 بر مطلوبیت فرد 2 تأثیر دارد ولی مصرف فرد 2 بر مطلوبیت فرد 1 تأثیری ندارد.

یعنی اثر خارجی از سوی مصرف فرد 1 بر فرد 2 وارد می شود. ولی فرد 2 هر چقدر مصرف کند بر فرد 1 تأثیری ندارد.

یعنی در شرط بهینه بالا داریم:

$$\frac{\partial u_1}{\partial q_{21}} = 0 \quad , \frac{\partial u_1}{\partial q_{22}} = 0 \,, \quad \frac{\partial u_2}{\partial q_{12}} = 0$$

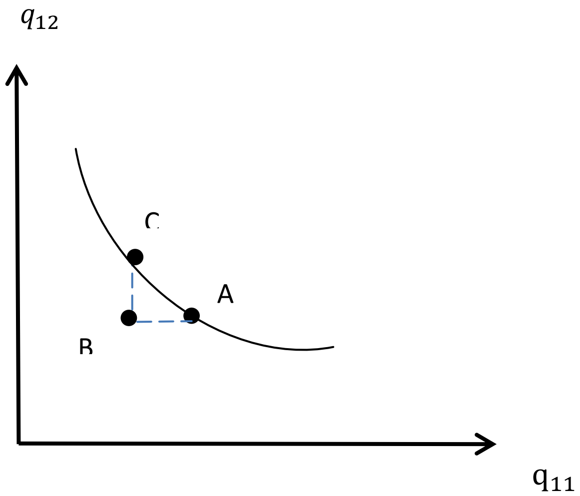
و خواهیم داشت:

$$\frac{\frac{\partial u_1}{\partial q_{11}}}{\frac{\partial u_1}{\partial q_{12}}} = \frac{\frac{\partial u_2}{\partial q_{21}} - \frac{\partial u_2}{\partial q_{11}}}{\frac{\partial u_2}{\partial q_{22}}} = \frac{P_1}{P_2}$$

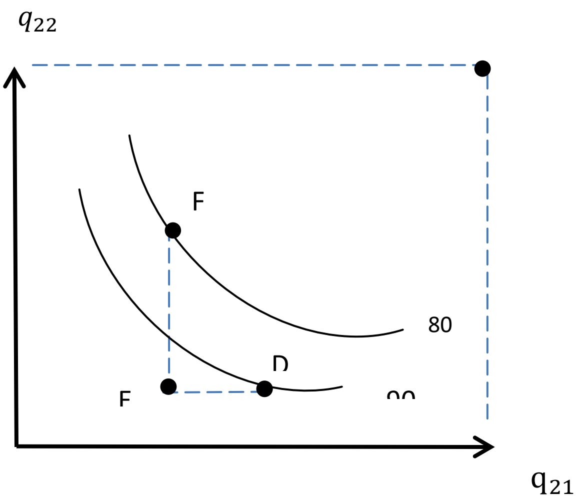
MRS مصرف کننده دوم بیشتر از آن حدی است که در صورت عدم وجود پیامدهای خارجی می بود.یعنی اینکه مصرف کننده دوم از کالای q_1 در مقایسه با بهینه اجتماعی کمتر استفاده می کند.

بیان نموداری پیامدهای خارجی در مصرف:

به صورت نموداری می توان نشان داد که در صورت وجود پیامدهای خارجی لزوماً بهینه پارتو تحقق نخواهد یافت. نمودارهای 1 و 2 منحنی های بی تفاوتی مصرف کننده اول و دوم را نشان می دهد.



نمودار 1



نمودار 2

فرض کنید که در موقعیت اولیه و بدون توجه به وجود پیامدهای خارجی مصرف کننده او ترکیب کالایی *A* و مصرف کننده دوم آن سبدی از کالا را مصرف می کند که با *F* نشان داده شده است. این نقاط از به حداکثر رساندن توابع مطلوبیت فردی دو مصرف کننده به دست آمده اند.

$$MRS_{1,2} = MRS_{1,2}$$

اگر مصرف کننده اول به نقطه C و مصرف کننده دوم به D منتقل می شوند. چون $\frac{\partial u_2}{\partial q_{11}} < 0$ بنابراین مطلوبیت فرد دوم افزایش مییابد می توان نتیجه گرفت سطح مطلوبیت مصرف کننده دوم را می توان افزایش داد بدون آنکه از مطلوبیت مصرف کننده اول کاسته شود. بنابراین برابری نرخ های جانشینی کالا جانشینی کالا لزوماً بهینه پارتو را تضمین نمی کند.

پیامدهای خارجی در تولید:

فرض کنید دو بنگاه داریم. بنگاه 1 ستاده x را تولید می کند و آن را در بازار رقابتی می فروشد. ولی به هر حال تولید ستاده x هزینه ی $e(x)$ را روی بنگاه دوم تحمیل می کند. فرض کنید تکنولوژی به گونه ای است که x واحد از ستاده را فقط با ایجاد x واحد آلودگی می تواند تولید کند و این آلودگی بر بنگاه دوم ضرر می رساند اگر هر دو بنگاه به صورت مجزا سود خود را حداکثر کنند.

$$\pi_1 = Max\ P.x_q - C(x_q) \xrightarrow{\text{حداکثر سود}} \frac{d\pi_1}{dx} \Rightarrow P = C'(x_q)$$

$$P = C'(x_q)$$

بنگاه دوم تولید ندارد و فقط هزینه ی $-e(x)$ به او تحمیل می شود.

$$\pi_2 = -e(x)$$

به منظور تعیین مقدار کارایی ستاده و یا تعیین بهینه اجتماعی (همیشه مجموع سودهاست) مجموع سود دو بنگاه را حداکثر می کنیم.

$$\pi = Max\ Px - C(x) - e(x) = Px - [C(x) + e(x)]$$

$$P = C'(x_e) + e'(x_e) \Rightarrow C'(x_e) = P - e'(x_e)$$

فرض می کنیم $e(x)$ و $c(x)$ هر دو فزاینده و محدب می باشند.

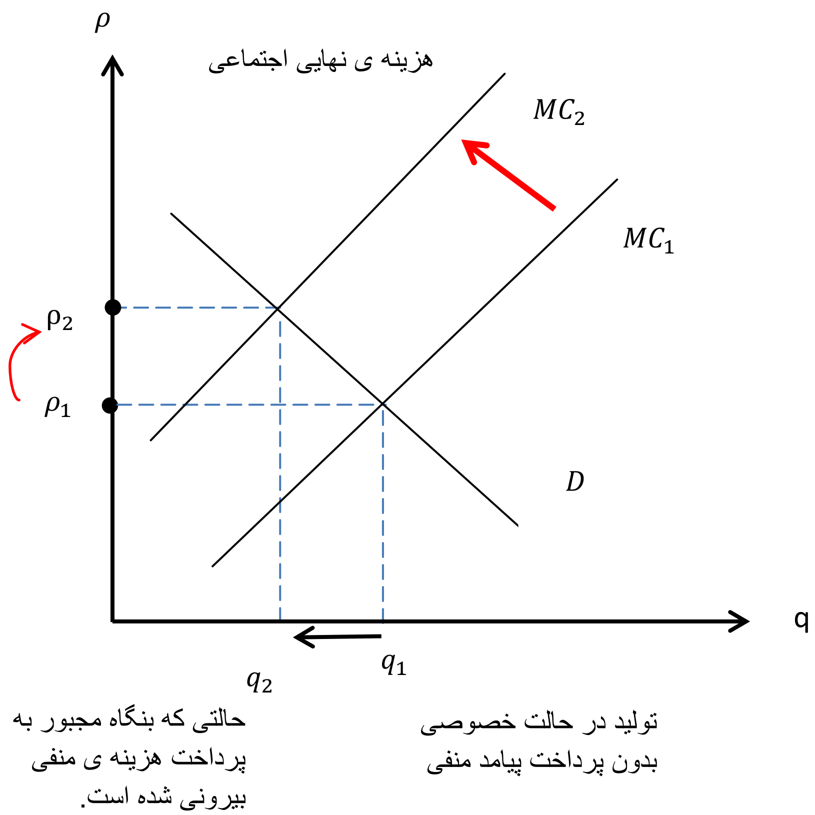
$$e'(x) > 0 \ , \qquad e"(x) > 0$$

$$C'(x) > 0 \ , \qquad C"(x) > 0$$

$$C'(x_e) < C'(x_q) \rightarrow x_e < x_q$$

یعنی تولید خصوصی بیشتر از تولید بهینه اجتماعی است.

وقتی عامل بیرونی منفی وجود دارد هزینه نهایی اجتماعی از هزینه نهایی خصوصی بیشتر است. زیرا عمل تولید برای جامعه هزینه هایی ایجاد می کند که تولیدکننده به طور مستقیم با آن مواجه نیست. این که بنگاه را وادار کنیم تا هزینه های اجتماعی تولیدش را بپردازد، درونی کردن عامل بیرونی نامیده می شود.



پیامدهای خارجی اقتصادی و غیر اقتصادی:

فرض کنید که در اقتصاد 2 بنگاه تولیدی با توابع هزینه زیر وجود داشته باشند.

$$C_1 = C_1(q_1, q_2)$$

$$C_2 = C_2(q_1, q_2)$$

$\frac{\partial C_1}{\partial q_1} > 0$ هزینه ی خارجی وجود دارد، پیامد خارجی منفی

q_1 در هزینه بنگاه دوم تأثیر دارد C_2 اما تولید q_1 بر تولید q_2 تأثیر ندارد (و برعکس)

اگر هر بنگاه تولیدی سود خود را به طور انفرادی به حداکثر برساند، قیمت برابر هزینه نهایی خواهد شد.

$$P = \frac{\partial C_1}{\partial q_1} = MC_1$$

$$P = \frac{\partial C_2}{\partial q_2} = MC_2$$

سود هر بنگاه بستگی به مقدار ستاده تولید کننده دیگر دارد و لیکن هیچ کدام تأثیری بر ستاده دیگری ندارد. در نتیجه هر بنگاه سود خود را با توجه به متغیرهای تحت کنترل خود به حداکثر می رساند. برای دست یابی به شرایط بهینه پارتو باید سود مشترک دو تولیدکننده را با فرض آنکه هیچ کدام نمی توانند تأثیری بر روی قیمت بگذارد به حداکثر رساند.

$$Max\ \pi = \pi_1 + \pi_2 = P(q_1 + q_2) - C_1(q_1, q_2) - C_2(q_1, q_2)$$

$$\pi_1 = \frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow P - \frac{\partial C_1}{\partial q_1} - \frac{\partial C_2}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow P = \frac{\partial C_1}{\partial q_1} + \frac{\partial C_2}{\partial q_1}$$

$$\pi_2 = \frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 0 \Rightarrow P - \frac{\partial C_1}{\partial q_2} - \frac{\partial C_2}{\partial q_2} = 0 \Rightarrow P = \frac{\partial C_1}{\partial q_2} + \frac{\partial C_2}{\partial q_2}$$

$$\pi_{11} = -\frac{\partial^2 C_1}{\partial {q_1}^2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial {q_1}^2} \qquad \pi_{22} = -\frac{\partial^2 C_1}{\partial {q_2}^2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial {q_2}^2}$$

$$\pi_{12} = -\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_1\,\partial q_2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_1\,\partial q_2} \qquad \pi_{21} = -\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_1\,\partial q_2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_1\,\partial q_2}$$

تحقق شرط ثانویه:

$$\begin{vmatrix} \pi_{11}\pi_{12} \\ \pi_{21}\pi_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\frac{\partial^2 C_1}{\partial {q_1}^2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial {q_1}^2} & -\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_1\,\partial q_2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_1\,\partial q_2} \\ -\frac{\partial^2 C_1}{\partial q_1\,\partial q_2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial q_1\,\partial q_2} & -\frac{\partial^2 C_1}{\partial {q_2}^2} - \frac{\partial^2 C_2}{\partial {q_2}^2} \end{vmatrix}$$

$$\pi_{11}, \pi_{22} < 0 \qquad \pi_{11}\pi_{22} - {\pi_{12}}^2 > 0$$

$$\frac{\partial^2 C_1}{\partial {q_1}^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial {q_1}^2} > 0 \qquad \frac{\partial^2 C_1}{\partial {q_2}^2} + \frac{\partial^2 C_2}{\partial {q_2}^2} > 0$$

یعنی هزینه های اجتماعی صعودی هستند.

مجموع $\frac{\partial C_2}{\partial \mathrm{q}_1} + \frac{\partial C_1}{\partial \mathrm{q}_1}$ و $\frac{\partial C_2}{\partial \mathrm{q}_2} + \frac{\partial C_1}{\partial \mathrm{q}_2}$ هزینه های نهایی اجتماعی هستند.

تحقق بهینه پارتو مستلزم آن است که قیمت معادل هزینه نهایی اجتماعی هر تولید کننده باشد و هزینه نهایی اجتماعی صعودی باشد.

مثال:

$$C_1 = 0.1{q_1}^2 + 5q_1 - 0.1{q_2}^2$$

$$C_2 = 0.2{q_2}^2 + 7q_2 - 0.025{q_1}^2$$

تولیدکننده ی اول از پیامدهای خارجی اقتصادی برخوردار است در حالیکه عامل ایجاد پیامد خارجی غیر اقتصادی است. عکس این مسأله در مورد تولیدکننده دوم صادق است. فرض کنید **P=15** دلار باشد. اگر هر بنگاه به صورت انفرادی عمل کند:

$$P = MC_1$$

$$P = 15 \Rightarrow MC_1 = 0.2q_1 + 5 \ \Rightarrow 0.2q_1 + 5 = 15 \Rightarrow \boxed{q_1 = 50}$$

$$\pi_1 = P.q_1 - C_1 \qquad\qquad \pi_1 = 15.q_1 - 0.1{q_1}^2 + 5q_1 - 0.1{q_2}^2$$

$$\pi_1 = 15 \times 50 - 0.1(50)^2 + 5 \times (50) - 0.1 \times (20)^2 \Rightarrow \pi_1 = 290$$

$$P = MC_2 \Rightarrow 15 = 0.4q_2 + 7 \qquad \boxed{q_2 = 20}$$

$$\pi_2 = P.q_2 - C_2 \qquad\qquad \pi_2 = 15.q_2 - 0.2{q_2}^2 + 7q_2 - 0.025{q_2}^2$$

$$\boxed{\pi_2 = 17/5}$$

برای بهینه ی پارتو تابع سود مشترک دو بنگاه را حداکثر می کنیم:

$$\pi = \pi_1 + \pi_2 \ = 15.q_1 - 0.1{q_1}^2 - 5q_1 + 0.1{q_2}^2 + 15.q_2 - 0.2{q_2}^2 - 7q_2 - 0.025{q_1}^2$$

$$\pi = 15(q_1 + q_2) - 0.125{q_1}^2 - 5q_1 - 0.1{q_2}^2 - 7q_2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_1} = 15 - 0.25q_1 - 5 = 0 \qquad 0.25q_1 = 10 \Rightarrow \boxed{q_1 = 40}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial q_2} = 15 - 0.2q_2 - 7 = 0 \qquad q_2 = \frac{8}{0.2} = 40 \Rightarrow \boxed{q_2 = 40}$$

$$\pi \ \ = 360$$

سطح مطلوب تخریب محیط زیست (سطح کارآمد آلودگی جریان):

از یک دیدگاه کاملاً اقتصادی، حذف کامل اثرات بیرونی نه تنها عملی بلکه مورد نظر هم نمی باشد. میزان مطلوبی از تخریب محیط زیست وجود دارد که در سطح صفر نیست. فرض می کنیم زیان آلودگی تابعی از جریان فعلی آلودگی است.

$$D_t = D(\psi_t)$$

معیار و شاخص اندازه گیری منافع آلودگی همان منافع ناشی از تولید کالاها و خدماتی است که به همراه آلودگی به دست می آید. فرض کنید مقدار آلودگی ناشی از تولید یا ψ متناسب با سطح تولید کالاها و خدمات مفید یا X باشد.

$$\psi = \mathrm{kX}$$

Kیک ضریب ثابت است

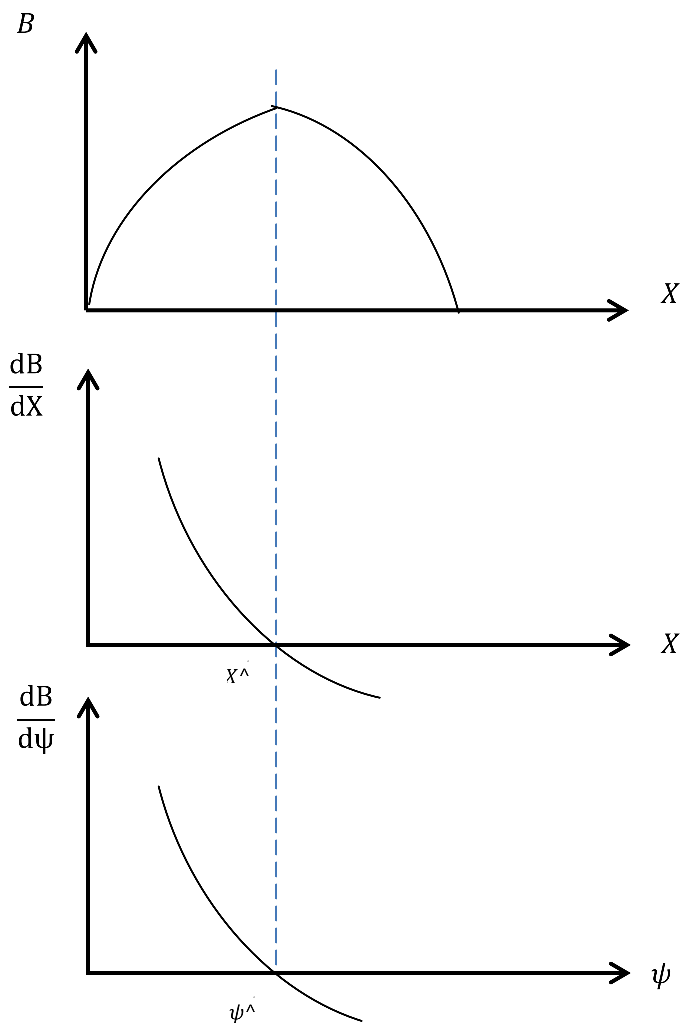
آنگاه منافع هر واحد آلودگی(B) برابر است با :

$$\mathrm{B} = \frac{\mathrm{dX}}{\mathrm{d}\psi_t} = \frac{1}{K}$$

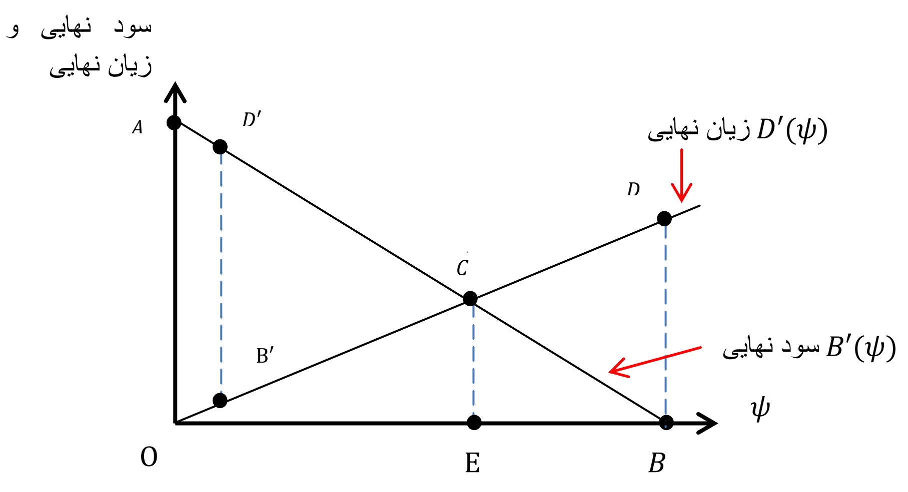
منافع هر واحد آلودگی برابر است با نفع ناشی از ناشی از $\frac{1}{K}$ واحد از کالای X

برای ساده سازی فرض می شود K=1 است.

به طور کلی آلودگی تابعی از سطح محصول است.



B
X
$\frac{dB}{dX}$
X
$X^\wedge$
$\frac{dB}{d\psi}$
ψ
$\psi^\wedge$



سود نهایی و
زیان نهایی
A
D'
زیان نهایی $D'(\psi)$
D
C
B'
سود نهایی $B'(\psi)$
ψ
O
E
B

$$NB(\psi) = B(\psi) - N(\psi)$$

$$\frac{dNB(\psi)}{d\psi} = \frac{dB(\psi)}{d\psi} - \frac{dD(\psi)}{d\psi} = 0 \Rightarrow D'(\psi) = B'(\psi)$$

منافع خالص آلودگی زمانی حداکثر می شود که نفع نهایی آلودگی با زیان نهایی آلودگی برابر شود. اگر کاهش سطح تولید تنها راه کاهش آلودگی باشد، در این صورت هزینه کاهش آلودگی برابر است با ارزش افزوده از دست رفته، بنابراین تابع هزینه کاهش آلودگی همان تابع منافع نهایی آلودگی است. در موقعیتی که سودکنندگان مجبور به جبران خسارت زیان کنندگان نیستند، مقیاس فعالیت به سمت نقطه Bکشیده می شود.

$$OAB = \left(\text{سودکنندگان}\right) \text{سود}$$

$$\Rightarrow OAD'B' \qquad \text{سودجامعه}$$

$$ODB = \left(\text{زیان کنندگان}\right) \text{هزینه}$$

اگر سودکنندگان مجبور به کاهش مقیاس فعالیت از B به E شوند.

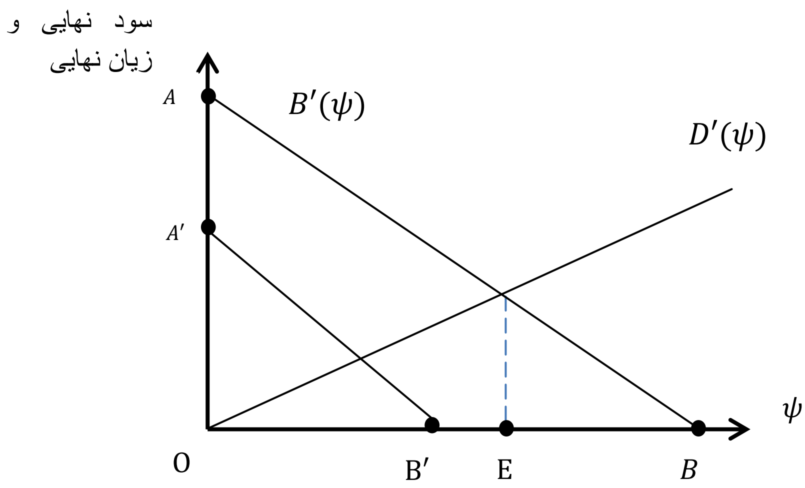
$$OACE = \left(\text{سودکنندگان}\right) \text{سود}$$

$$\Rightarrow OAC \qquad \text{سودجامعه}$$

$$OEC = \left(\text{زیان کنندگان}\right) \text{هزینه}$$

که با این اجبار سود جامعه بیشتر از حالت قبل است. $OAC > OAD'B'$ بنابراین هنگامی که مقیاس فعالیت صنعتی که باعث تخریب محیط زیست می شود تا *(E)* که سطح مطلوب اجتماعی است. کاهش یابد نوعی سود اجتماعی وجود خواهد داشت.

در شکل زیر حذف کامل اثرات بیرونی از طریق فن آوری گران صورت گرفته است. تابع سود نهایی تا $A'B'$ افت می کند و مقیاس فعالیت تا OB' کاهش مییابد. تابع زیر نهایی به خاطر عدم وجود تأثیر بیرونی در نظر گرفته نمی شود.



$OA'B'$ سطح مطلوب و قابل قبول اجتماعی

$$OA'B' < OAD'B'$$

فعالیت با فن آوری بدون تولید آلودگی

بهینه سازی با آلاینده های پایا (نظریه آندرسون 1985)

آلودگی جریان: زیان های هر دوره فقط به سطح انتشار آلودگی در همان دوره مربوط است. به عبارت دیگر دوره های زمانی کاملاً مستقل از یکدیگر هستند.(یک سال خاص).

آلودگی انباره : دوره های زمانی کاملاً به هم وابسته هستند. آلودگی انباره برابر است با جمع تمام جریان های آلودگی و زیان های ناشی از آن برای همیشه باقی می ماند.

منافع ناخالص (β) تابعی از سطح آلودگی جریان (ψ) می باشند.

$$B_t = B(\psi_t)$$

آلودگی را به آلودگی جریان وانباره تفکیک می کنیم.

$$D_t = D(\psi_t)$$

$$S_t = S(Q_t)$$

در حالتی که آلاینده ها کاملاً پایا هستند سطح ذخیره آلودگی در زمان t برابر است با جمع تمام جریان های آلودگی گذشته:

$$Q_t = \int_0^t \psi(t)\, dt$$

در هر صورت بیشتر آلاینده های انباره کاملاً پایا نیستند و در طول زمان آلاینده ها تجزیه شده و یا به عناصر بی ضرری تبدیل می شوند. برای سادگی فرض کنیم که θ سهم ثابتی از ذخیره آلودگی است که در هر دوره تجزیه شده و از بین می رود. بنابراین، ذخیره ی آلودگی در زمان t برابر است با جمع تمام آلودگی های منتشر شده منهای جمع تمام آلودگی های منتشر شده تجزیه شده در گذشته:

$$Q_t = \int_0^t [\psi(t) - \theta Q(t)]\, dt$$

$$\Rightarrow \frac{dQ_t}{dt} = \dot{Q}_t = \psi(t) - \theta Q(t)$$

با این فرض که منافع خالص را در تابع با نرخ تنریل مصرف اجتماعیr تنزیل می شود خواهیم داشت:

$$NB_t = B(\psi_t) - D(\psi_t) - S(Q_t)$$

$$Max \int_0^\infty e^{-rt} NB_t dt$$

یا

$$Max \int_0^\infty [B(\psi_t) - D(\psi_t) - S(Q_t)] e^{-rt} dt \qquad (1$$

با توجه به محدودیت زیر:

$$\dot{Q}_t = \psi(t) - \theta Q_{(t)} \qquad (2$$

تابع هامیلتونی:

$$H(t) = [B(\psi_t) - D(\psi_t) - S(Q_t)] - P[\psi(t) - \theta Q_t]$$

P : قیمت سایه ای آلودگی انباره

ψ: متغیر کنترل

Q: متغیر وضعیت

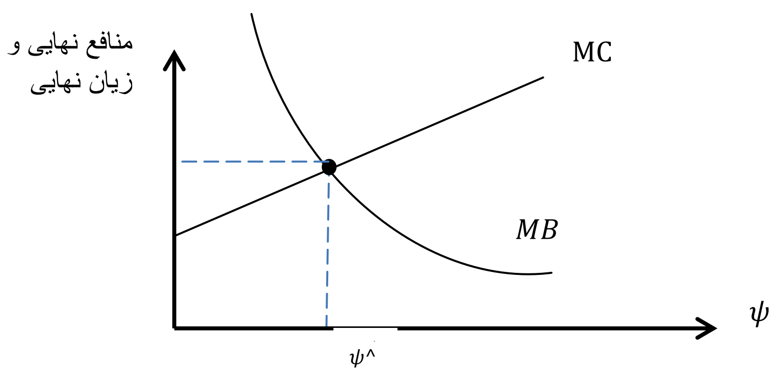
$$\frac{\partial \mathrm{H}}{\partial \psi} = 0 \Rightarrow \frac{dB}{d\psi} - \frac{dD}{d\psi} - P = 0 \quad (1$$

$$-\dot{P} = -\frac{dP}{dt} = -rP - \frac{\partial H}{\partial Q} = -rP + \frac{dS}{dQ} - \theta P \quad (2$$

$$\Rightarrow \boxed{rP = \frac{dP}{dt} + \frac{dS}{dQ} - \theta P}$$ قاعده ی هوتلینگ:

rP=MC هزینه نهایی : همان هزینه ی کاهش یک واحد آلودگی طی یک دوره است.

$\frac{dP}{dt} + \frac{dS}{dQ} - \theta P = MB$ منافع نهایی : همان منافع کاهش یک واحد آلودگی طی یک دوره است.



به منظور به دست آوردن مقادیر کارآمد Q_t و ψ_t می بایست $\frac{\mathrm{d\psi}}{\mathrm{dt}}$ و $\frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{dt}}$ را مساوی صفر قرار دهیم.

$$\frac{dP}{dt} = [\frac{d^2B}{d\psi^2} - \frac{d^2D}{d\psi^2}] \frac{\mathrm{d\psi}}{\mathrm{dt}}$$

از قاعده ی هوتلینگ به دست آمده در قبل داریم:

$$\frac{dP}{dt} = (r+\theta)P - \frac{dS}{dQ}$$

پس از جایگزینی داریم:

$$(r+\theta)P - \frac{dS}{dQ} = [\frac{d^2B}{d\psi^2} - \frac{d^2D}{d\psi^2}] \frac{\mathrm{d\psi}}{\mathrm{dt}}$$

$$P = \frac{dB}{d\psi} - \frac{dD}{d\psi}$$

از رابطه ی (1) صفحه ی قبلی داریم: (جایگزین می کنیم)

$$(r+\theta)[\frac{dB}{d\psi} - \frac{dD}{d\psi}] - \frac{dS}{dQ} = [\frac{d^2B}{d\psi^2} - \frac{d^2D}{d\psi^2}] \frac{\mathrm{d\psi}}{\mathrm{dt}}$$

$$\Rightarrow \frac{\mathrm{d\psi}}{\mathrm{dt}} = \frac{(r+\theta)[\frac{dB}{d\psi} - \frac{dD}{d\psi}] - \frac{dS}{dQ}}{\frac{d^2B}{d\psi^2} - \frac{d^2D}{d\psi^2}}$$

$$\frac{\mathrm{d\psi}}{\mathrm{dt}} = 0 \Rightarrow (r+\theta)\left[\frac{dB}{d\psi} - \frac{dD}{d\psi}\right] - \frac{dS}{dQ} = 0$$

$$\frac{\mathrm{dQ}}{\mathrm{dt}} = 0 \Rightarrow \psi_t = \theta Q_t$$

یک بنگاه اقتصادی، منبع پایان پذیری با ذخیره ی اولیه($Q_1 + Q_2 = 100$) 100 واحد در اختیار دارد که می خواهد آن را طی دو دوره استخراج نماید. اگر هزینه ی استخراج ${C_1 = 0.5Q_1}^2$ و نرخ بهره 10 درصد و قیمت فروش محصول 100 ریال (P×Q) باشد. در هر سال چه مقدار باید استخراج نماید؟

- هدف بنگاه از استخراج منبع، حداکثر کردن ارزش حال سود طی دو دوره 0 و 1 می باشد. بدین منظور تابع هدف و قید بنگاه را تشکیل دهید.

$$Max\ PV = 100Q_0 - 0.5{Q_0}^2 + \frac{100Q_1 - 0.5{Q_1}^2}{(1 + 0.1)}$$

$$S.t \qquad Q_0 + Q_1 = 100$$

تابع لاگرانژ را تشکیل می دهیم .

$$L = 100Q_0 - 0.5{Q_0}^2 + \frac{100Q_1 - 0.5{Q_1}^2}{1.1} + \lambda(100 - Q_0 - Q_1)$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial Q_0} = 0 \Rightarrow 100 - Q_0 - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial Q_1} = 0 \Rightarrow (100 - Q_1)\frac{1}{1.1} - \lambda = 0$$

$$\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow 100 - Q_0 - Q_1 = 0$$

λ را از رابطه (1) و (2) حذف می کنیم.

$$Q_1 = -10 + 1.1Q_0$$

«پایان»